SELEKSI OLIMPIADE MATEMATIKA INDONESIA 2003

TINGKAT PROVINSI

Bidang Matematika

Bagian Pertama

Waktu : 90 Menit

DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
DIREKTORAT PENDIDIKAN MENENGAH UMUM
TAHUN 2002

SELEKSI AWAL CALON ANGGOTA
TIM OLIMPIADE MATEMATIKA INDONESIA 2003

BAGIAN PERTAMA

Petunjuk untuk peserta :

1. Tes bagian pertama ini terdiri dari 20 soal. Waktu yang disediakan adalah 90 menit.

2. Tuliskan nama, asal sekolah, kelas dan tanda tangan Anda pada lembar jawaban.

3. Anda diminta menuliskan hanya jawaban dari pertanyaan yang diberikan. Tuliskan jawaban tersebut pada kotak di sebelah kanan setiap soal.

4. Pada bagian ini setiap jawaban yang benar diberi nilai 1 dan soal yang dibiarkan kosong tanpa jawaban atau jawabannya salah diberi nilai 0.

5. Jawaban hendaknya Anda tuliskan dengan menggunakan tinta, bukan pensil.

6. Selama tes, Anda tidak diperkenankan menggunakan buku, catatan dan alat bantu hitung. Anda juga tidak diperkenankan bekerja sama.

7. Mulailah bekerja hanya setelah pengawas memberi tanda dan berhentilah bekerja segera setelah pengawas memberi tanda.

8. Selamat bekerja.

OLIMPIADE MATEMATIKA
TINGKAT PROVINSI TAHUN 2002

BAGIAN PERTAMA

1. Misalkan $A = (-1)^{-1}$, $B = (-1)^1$ dan $C = 1^{-1}$. Berapakah A + B + C ?

2. Jika $y = \frac{x-1}{2x+3}$, tuliskan x sebagai fungsi dari y.

3. Misalkan $S = (x-2)^4 + 8(x-2)^3 + 24(x-2)^2 + 32(x-2) + 16$. Apakah S jika dituliskan dalam sesedikit mungkin suku penjumlahan ?

4. Bilangan real 2,525252⋯ adalah bilangan rasional, sehingga dapat ditulis dalam bentuk $\frac{m}{n}$, dimana m, n bilangan-bilangan bulat, $n \neq 0$. Jika dipilih m dan n yang relatif prima, berapakah m + n ?

5. Misalkan M dan m berturut-turut menyatakan bilangan terbesar dan bilangan terkecil di antara semua bilangan 4-angka yang jumlah keempat angkanya adalah 9. Berapakah faktor prima terbesar dari M – m ?

6. Tinjau persamaan yang berbentuk $x^2 + bx + c = 0$. Berapa banyakkah persamaan demikian yang memiliki akar-akar real jika koefisien b dan c hanya boleh dipilih dari himpunan {1, 2, 3, 4, 5, 6} ?

7. Diketahui tiga bilangan k, m dan n. Pernyataan "Jika $k \geq m$, maka $k > n$" adalah tidak benar. Apakah pernyataan yang benar dalam hal ini ?

8. Sebuah saluran air seharusnya dibuat dengan menggunakan pipa berdiameter 10 cm. Akan tetapi yang tersedia hanyalah pip-pipa kecil yang berdiameter 3 cm. Supaya kapasitas saluran tidak lebih kecil daripada yang diinginkan, berapakah banyaknya pipa 3 cm yang perlu dipakai sebagai penggnati satu pipa 10 cm ?

9. Sebuah segitiga samasisi, sebuah lingkaran dan sebuah persegi memiliki keliling yang sama. Di antara ketiga bangun tersebut, manakah yang memiliki luas terbesar ?

10. Segitiga ABC memiliki panjang sisi AB = 10, BC = 7, dan CA = 12. Jika setiap sisi diperpanjang menjadi tiga kali panjang semula, maka segitiga yang terbentuk memiliki luas berapa kali luas ΔABC ?

11. Sebanyak n orang pengurus sebuah organisasi akan dibagi ke dalam empat komisi mengikuti ketentuan berikut : (i) setiap anggota tergabung kedalam tepat dua komisi, dan (ii) setiap dua komisi memiliki tepat satu anggota bersama. Berapakah n ?

12. Didefinisikan $a*b = a + b + ab$, untuk semua bilangan real a, b. Jika $S = \{a \text{ bilangan real } a*(-a) > a\}$, tuliskan S sebagai sebuah selang (interval).

13. Garis tengah sebuah setengah lingkaran berimpit dengan alas AB dari ΔABC. Titik sudut C bergerak sedemikian rupa, sehingga titik tengah sisi AC selalu terletak pada setengah lingkaran. Berupa apakah lengkungan tempat kedudukan titik C ?

14. Berapakah bilangan bulat positif terbesar yang membagi semua bilangan $1^5 - 1$, $2^5 - 2$, $\cdots$, $n^5 - n$, $\cdots$?

15. Jika $2002 = a_1 + a_2 \cdot 2! + a_3 \cdot 3! + \cdots + a_n \cdot n!$, dimana a_k adalah bilangan bulat, $0 \le a_k \le k$, $k = 1, 2, \cdots, n$, dan $a_n \ne 0$, tentukan pasangan terurut (n, a_n).

16. Berapakah sisa pembagian $43^{43^{43}}$ oleh 100 ?

17. Empat pasang suami-isteri membeli karcis untuk 8 kursi sebaris pada suatu pertunjukan. Dua orang akan duduk bersebelahan hanya kalau keduanya pasangan suami isteri atau berjenis kelamin sama. Berapa banyakkah cara menempatkan keempat pasang suami-isteri ke 8 kursi tersebut ?

18. Ada berapa banyakkah bilangan 4-angka berbentuk $\overline{abcd}$ dengan $a \le b \le c \le d$?

19. Kita gambarkan segibanyak beraturan (reguler) R dengan 2002 titik sudut beserta semua diagonalnya. Berapakah banyaknya segitiga yang terbentuk yang semua titik sudutnya adalah titik sudut R, tetapi tidak ada sisinya yang merupakan sisi R ?

20. Suatu lomba maraton diikuti oleh empat SMU : Merak, Merpati, Pipit dan Walet. Setiap SMU mengirimkan lima pelari. Pelari yang masuk finish ke-1, 2, 3, 4, 5, 6 memperoleh nilai berturut-turut 7, 5, 4, 3, 2, 1. Nilai setiap SMU adalah jumlah nilai kelima pelarinya. SMU dengan nilai terbesar adalah juara lomba. Di akhir lomba ternyata SMU Pipit menjadi juara dan tidak ada dua pelari yang masuk finish bersamaan. Ada berapa banyakkah kemungkinan nilai SMU pemenang ?

LEMBAR JAWABAN

OLIMPIADE MATEMATIKA
TINGKAT PROVINSI TAHUN 2002

BAGIAN PERTAMA

Nama :
Kelas :
Asal Sekolah :
Tanda Tangan :

BAGIAN PERTAMA

1.		11.	
2.		12.	
3.		13.	
4.		14.	
5.		15.	
6.		16.	
7.		17.	
8.		18.	
9.		19.	
10.		20.	

SELEKSI OLIMPIADE MATEMATIKA INDONESIA 2003

TINGKAT PROVINSI

Bidang Matematika

Bagian Kedua

Waktu : 120 Menit

DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
DIREKTORAT PENDIDIKAN MENENGAH UMUM
TAHUN 2002

SELEKSI AWAL CALON ANGGOTA
TIM OLIMPIADE MATEMATIKA INDONESIA 2003

BAGIAN KEDUA

Petunjuk untuk peserta :

1. Tes Bagian kedua ini terdiri dari 5 soal. Waktu yang disediakan adalah 120 menit. Setiap soal bernilai 7 (tujuh) angka.

2. Tuliskan nama dan asal sekolah Anda di sebelah kanan atas pada setiap halaman jawaban.

3. Anda diminta menyelesaikan soal yang diberikan secara lengkap. Selain jawaban akhir, Anda diminta menuliskan semua langkah dan argumentasi yang Anda gunakan untuk sampai kepada jawaban akhir tersebut.

4. Jika halaman muka tidak cukup, gunakan halaman di baliknya.

5. Bekerjalah dengan cermat dan rapi.

6. Jawaban hendaknya Anda tuliskan dengan menggunakan tinta, bukan pensil. Anda boleh menggunakan pensil untuk gambar.

7. Selama tes, Anda tidak diperkenankan menggunakan buku, catatan dan alat bantu hitung. Anda juga tidak diperkenankan bekerja sama.

8. Mulailah bekerja hanya setelah pengawas memberi tanda dan berhentilah bekerja segera setelah pengawas memberi tanda.

9. Selamat bekerja.

OLIMPIADE MATEMATIKA
TINGKAT PROVINSI TAHUN 2002

BAGIAN KEDUA

1. Lima buah bilangan asli berbeda, k, ℓ, m, n dan p, akan dipilih. Kelima informasi berikut ternyata cukup untuk mengurutkan kelima bilangan tersebut :
   (a) diantara setiap dua bilangan, salah satu bilangan mesti membagi bilangan yang lainnya,
   (b) m adalah bilangan yang terbesar atau yang terkecil,
   (c) p tidak boleh membagi sekaligus m dan k,
   (d) $n \le \ell - p$, dan
   (e) k membagi n atau p membagi n, tetapi tidak sekaligus kedaunya.

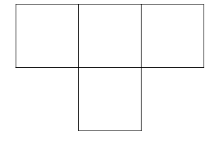
   Tentukan urutan yang mungkin bagi k, ℓ, m, n dan p

2. Tentukan semua bilangan bulat positif p sehingga $\dfrac{3p+25}{2p-5}$ juga bulat positif.

3. Diberikan sebuah bilangan 6-angka.
   Buktikan bahwa keenam angka bilangan tersebut dapat disusun ulang sedemikian rupa, sehinggga jumlah tiga angka pertama dan jumlah tiga angka terakhir berselisih tidak lebih dari 9.

4. Diberikan segitiga sama sisi ABC dan sebuah titik P sehingga jarak P ke A dan ke C tidak lebih jauh dari jarak P ke C.
   Buktikan bahwa PB = PA + PC jika dan hanya jika P terletak pada lingkaran luar ΔABC.

5. Bangun datar pada gambar disebut *tetromino-T*. Misalkan setiap petak tetromino menutupi tepat satu petak pada papan catur. Kita ingin menutup papan catur dengan tetromino-tetromino sehingga setiap petak tetromino menutup satu petak catur tanpa tumpang tindih.



tetromino-T

   (a) Tunjukkan bahwa kita dapat menutup papan catur biasa, yaitu papan catur dengan 8 X 8 petak, dengan menggunkan 16 tetromino-T.
   (b) Tunjukkan bahwa kita tidak dapat menutup papan 'catur' 10 X 10 petak dengan 25 tetromino-T.