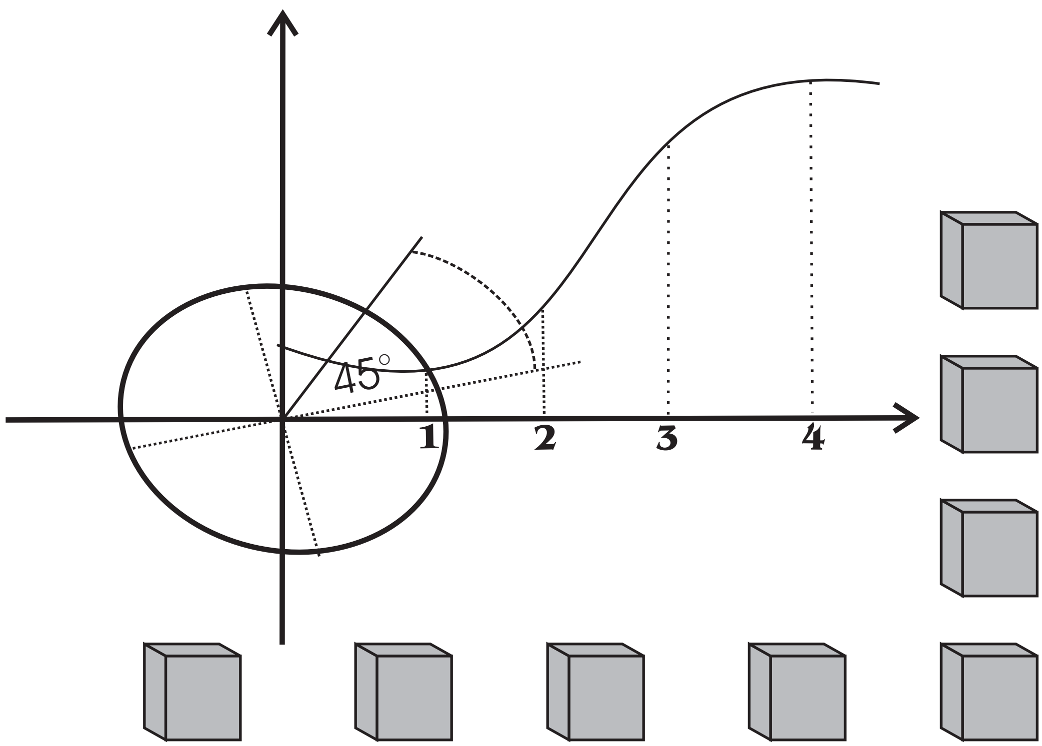
PAKET PEMBINAAN PENATARAN

Al. Krismanto, M.Sc.

DIMENSI TIGA
PEMBELAJARAN JARAK



DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
PUSAT PENGEMBANGAN PENATARAN GURU MATEMATIKA
YOGYAKARTA 2004

Daftar Isi

BAB I
Pendahuluan

A. Latar Belakang

Dalam Geometri dipelajari hubungan antara titik, garis, sudut, bidang, dan bangun ruang. Yang juga sangat penting ialah bahwa geometri merupakan suatu sistem, yang dengan penalaran logis, dari fakta atau hal-hal yang diterima sebagai kebenaran ditemukan sifat-sifat baru yang semakin berkembang (Travers, 1987:2). Namun perkembangan pendidikan matematika, khususnya kurikulum geometri yang diterapkan di Indonesia dalam beberapa dasawarsa terakhir, kurang mengembangkan penalaran logis tersebut. Terpotong-potongnya materi geometri menjadi segmen-segmen yang kurang sistemik, mengakibatkan kesulitan dalam menyusunnya menjadi sistem yang hierarkhis, untuk mengembangkan penalaran dan berpikir logis. Materi lebih banyak ditekankan kepada fakta-fakta yang dipelajari secara parsial, dan perhitungan-perhitungan sering mendasarkan langkah: "*pokoknya*, untuk mengerjakan soal demikian perlu dilakukan langkah yang demikian ini". Analisis, khususnya analisis keruangan kurang mendapatkan porsi, sehingga kemampuan keruangan pun umumnya menjadi lemah.

Untuk sekaligus mengubah situasi itu dan diarahkan pada yang analitis, khususnya di SMA, tidaklah mudah. Namun perlu diusahakan, agar pembelajaran matematika khususnya geometri, lebih khusus lagi geometri ruang, turut memberikan andil dalam mengembangkan penalaran siswa, kemampuan siswa berkomunikasi, di samping mengembangkan daya tanggap keruangan siswa. Karena itu maka pembelajaran jarak (lebih khusus dalam geometri ruang) ini meskipun tidak seluruhnya disajikan secara deduktif, diusahakan memberikan suatu arah pada pemahaman melalui penalaran dan bukan sekedar hafalan teknis.

Tulisan tentang jarak ini disusun dengan pertimbangan antara lain, bahwa dari beberapa kali mengadakan uji coba tes baik dalam persiapan penyusunan tes standar maupun dalam kegiatan monitoring dan evaluasi oleh PPPG Matematika dalam diklat di PPPG maupun di berbagai daerah, pencapaian hasil tes untuk materi ini sangat kurang. Misalnya, menghitung jarak antara dua garis di dalam kubus tertentu dijawab benar hanya oleh 16,7% di antara 193 orang guru matematika dari 11 propinsi.

Di samping itu, penyajian pembelajaran materi 'jarak' ini diusahakan agar dapat memenuhi saran pembelajaran yang dewasa ini sedang dikembangkan, yaitu pendekatan kontekstual. Dari berbagai sumber, pemahaman, pelaksanaan dan pengembangannya variatif. Misalnya dari tim CTL (*Contextual Teaching and Learning*)- Matematika) Universitas Georgia (2001) menyatakan bahwa:

> *Contextual teaching and learning is a conception of teaching and learning that helps teachers relate subject matter content to real world situations and motivates students to make connections between knowledge and its applications to their lives as family members, citizens, and workers and engage in the hard work that learning requires.*
>
> **(http:||jwilson.coe.uga.edu/EMT725/EMT725.html)**

Selanjutnya dinyatakan bahwa strategi CTL adalah:

- menekankan pemecahan masalah (*problem-solving*);
- menyadari perlunya kegiatan belajar mengajar yang konteksnya bervariasi misalnya yang terkait dengan di rumah, masyarakat, atau tempat kerja;
- mengajari siswa untuk memonitor dan mengarahkan belajar mereka sendiri, sehingga menjadi siswa yang dapat belajar secara teratur;
- menempatkan pengajaran dalam berbagai situasi konteks kehidupan siswa;
- mendorong siswa untuk belajar dari antara mereka, bekarja bersama dalam belajar, dan
- menggunakan asesmen autentik (*authentic assessment*).

Jika pada uraian di atas lebih ada harapan "membantu guru" terhadap bagaimana pembelajaran diselenggarakan, Wilson, JW (2003) lebih menekankan pada kompetensi siswa, dengan menyatakan bahwa "*The goals of contextual teaching and learning are to provide students with flexible knowledge that transfers from one problem to another and from one context to another. These goals will be achieved through contextual teaching and learning by embedding lessons within meaningful contexts*". Transfer dari pemecahan masalah satu ke yang lain, dapat diartikan sebagai pemberian pengalaman belajar, agar penalarannya berkembang.

Di samping yang dikemukakan di atas, tim CTL Georgia juga menyatakan bahwa "*CTL is instruction and learning that is meaningful. Typically that means that instruction is situated in context but for more advanced students meaningful learning can also be abstract and de-contextualized*". Di sini CTL menekankan pada kebermaknaan, bahkan untuk siswa yang memang mampu, kebermaknaan tersebut dapat juga yang bersifat abstrak, karena pada akhirnya semakin tinggi mempelajari matematika, abstraksi haruslah semakin kuat.

Dari uraian di atas, maka dalam kaitannya dengan pembelajaran jarak yang memang memerlukan daya tanggap ruang cukup bagus, maka dapat saja terjadi konteksnya berupa pemodelan, dalam hal ini model bangun ruang. Karena itu maka keterampilan siswa dalam membuat pemodelan, dan juga semi abstrak yang berupa gambar ruang dengan teknis yang baik, merupakan kompetensi dasar yang diperlukan, mengembangkan konteks yang bersifat abstrak.

B. Tujuan

Tulisan ini disajikan dengan tujuan agar para pembaca, khususnya guru matematika SMA untuk lebih:

1. memahami konsep jarak dalam bangun ruang, khususnya bangun ruang sisi datar.
2. memahami dasar-dasar menyelesaikan masalah jarak menggunakan penalaran logis dan menggambarkannya secara cermat.
3. dapat memilih gambar ruang yang sesuai dengan masalahnya.
4. kompeten dalam mengembangkan pembelajaran jarak pada siswa SMA.

C. Sasaran

Sasaran tulisan dalam paket ini adalah:

1. para guru matematika SMA alumni pendidikan dan pelatihan PPPG Matematika khususnya dan para guru Matematika SMA pada umumnya.
2. para Pengawas, khususnya Pengawas Rumpun MIPA alumni pendidikan dan pelatihan PPPG Matematika
3. para widyaiswara matematika di LPMP di seluruh Indonesia.

D. Ruang Lingkup

Paket Pembinaan Penataran ini meliputi:

1. Jarak, meliputi konsep jarak antara:
   dua titik, sebuah titik dan sebuah garis, sebuah titik dan sebuah bidang, dua garis sejajar, sebuah garis dan sebuah bidang yang sejajar dengan garis tersebut, dua bidang sejajar, dan dua garis bersilangan.

2. Pembelajaran Jarak
   Pembelajaran jarak mencakup alternatif-alternatif pembelajaran yang menyangkut konteks, prasyarat, dan penerapan setiap konsep kaitannya dengan bidang banyak tertentu.
   Pemahaman jarak untuk diaplikasikan pada bangun ruang bersisi tidak lurus (bukan bidang banyak) disajikan pada bagian akhir sebagai soal, yang dengan abstraksi keruangan dapat diselesaikan melalui perhitungan yang menyangkut bangun ruang sisi datar, atau bahkan geometri datar.

BAB II
Jarak

A. Pengantar

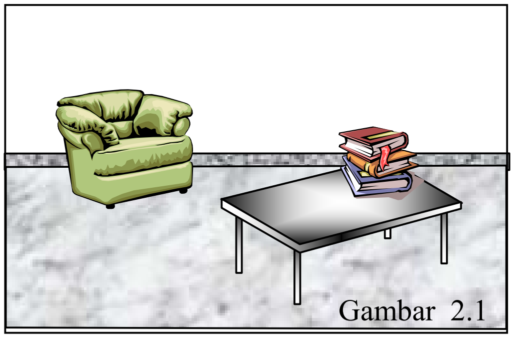
Jika ada dua buah bola, apa yang dimaksud jarak antara keduanya? Apakah jarak antara kedua pusatnya? Atau lainnya? Bagaimana pula menentukan jarak antara dua bagian gedung yang satu dengan lainnya agar dapat ditentukan misalnya kebutuhan kabel untuk keperluan tertentu? Bagaimana menentukan jarak antara kabel jaringan arus kuat yang melintasi bangunan-bangunan agar medan listrik tidak mengganggu penghuninya maupun alat-alat elektronik di dalamnya? Bagaimana pula seorang dokter bedah dapat menentukan letak dan jarak antara tumor di dalam batok kepala di luar selaput otak di belakang lintasan syaraf-syaraf agar arah pembedahannya tepat?

Untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan di atas perlu dipahami pengertian dan cara menentukan jarak antara dua benda. Jika kita membicarakan jarak sering kita dihadapkan pada dua benda. Untuk itulah pembahasan jarak dalam ruang dilakukan idealisasi dan penyederhanaan agar sifat-sifat umumnya mudah dipahami. Untuk mengembalikannya pada konteks permasalahannya, maka cara menentukan jarak itu mungkin memerlukan pemahaman atau strategi tambahan.

Untuk dapat menentukan jarak perlu dikuasai berbagai hal sebagai prasyarat. Selain algoritma dalam aritmetika dan aljabar dasar, kompetensi dalam geometri datar dan dasar-dasar geometri ruang yang diperlukan untuk menguasai persoalan jarak adalah kompetensi dalam hal yang dikemukakan pada Bab III Pasal C. Prasyarat-prasyarat tersebut tidak dibahas dalam kajian ini.

Pada tulisan ini untuk menyatakan garis, ruas garis, dan panjang ruas garis digunakan menggunakan kata-kata dan juga menggunakan lambang-lambang sesuai konvensi yang berlaku. Demikian juga lambang-lambang lain yang terkait dengan pernyataan-pernyatan dalam geometri. Untuk memahami ungkapan-ungkapan tersebut, pada bagian akhir tulisan ini dilampirkan daftar istilah/lambang yang digunakan. Diharapkan pembaca mengacu pada lampiran tersebut.

B. Pengertian dan Cara Menggambarkan Jarak



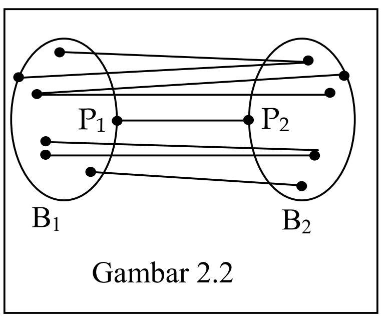
Gambar 2.1

Definisi:

Jarak antara dua buah bangun adalah panjang ruas garis penghubung terpendek yang menghubungkan dua titik pada bangun-bangun tersebut.

Bagaimana menentukan jarak antara tumpukan buku di atas meja dan kursi pada Gambar 2.1?

Untuk menunjukkan jarak antara buku dan kursi dilakukan idealisasi. Dalam Gambar 2. 2 anggaplah kursi sebagai bangun B_1 dan tumpukan buku sebagai bangun B_2.



Gambar 2.2

B_1 dan B_2 dapat dipikirkan sebagai himpunan titik-titik, sehingga dapat dilakukan pemasangan antara titik-titik pada B_1 dan B_2. Jika ruas garis $\overline{P_1P_2}$ adalah ruas garis terpendek di antara semua ruas garis penghubung titik-titik itu, maka panjang ruas garis $\overline{P_1P_2}$ merupakan jarak antara bangun B_1 dan B_2. (Untuk selanjutnya panjang ruas garis $\overline{P_1P_2}$ dituliskan dengan P_1P_2).

Jadi P_1P_2 adalah jarak antara kursi dan tumpukan buku.

Secara matematis dapat diterangkan sebagai berikut:

Jika A dan B adalah himpunan titik-titik, maka d(A, B) = min({ruas garis $\overline{PQ}$ | P $\in$ A, Q $\in$ B}). Di sini d(A, B) menandakan jarak antara himpunan A dan B, min({ruas garis $\overline{PQ}$ | P $\in$ A, Q E B}) menandakan panjang minimum (= terpendek) dari himpunan semua ruas garis $\overline{PQ}$ dengan P $\in$ A, Q $\in$ B. Nilai d(A, B) $\geq$ 0, dan d(A, B) = 0 hanya jika A dan B berpotongan (A $\cap$ B $\neq \varnothing$).

Berikut ini disajikan beberapa teorema tentang jarak.

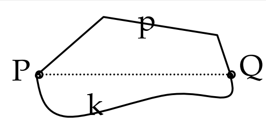
1. ***Teorema* 1: Jarak antara titik P dan titik Q yang berlainan adalah panjang ruas garis $\overline{PQ}$.** (Gambar 2.3)

Bukti:

Dalam kasus ini, A = {P, dan B = {Q}, masing-masing singleton, himpunan berangota sebuah titik. Maka himpunan semua ruas garis yang dibentuk juga terdiri hanya dari sebuah ruas garis. Jadi, tentu saja ruas garis ini adalah yang minimum (terpendek).

Penjelasan:

Panjang kurva k dan kurva (gabungan tiga ruas garis) p penghubung kedua titik P dan Q seperti pada Gambar 2.3 (ii) lebih dari panjang ruas garis $\overline{PQ}$ (pada Gambar 2.3 ruas garis $\overline{PQ}$ digambarkan dengan garis putus-putus).



Gambar 2.3

Proyeksi

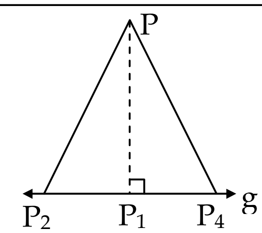
Sebelum membahas teorema berikutnya berikut ini diingatkan kembali tentang pengertian proyeksi.

- Pada Gambar 2.4 titik P_1 pada garis g. Jika dari titik P ditarik ruas garis $\overline{PP_1}$ dengan P_1 pada g dan $\overline{PP_1} \perp g$, maka P_1 disebut proyeksi titik P pada g. Pada gambar tersebut titik P_1 adalah proyeksi titik P pada garis g karena $\overline{PP_1} \perp g$ dan P_1 pada g. Titik P_1 juga disebut *titik kaki* garis tegaklurus dari titik P pada garis g. Dalam hal tersebut, ruas garis $\overline{PP_1}$ disebut *proyektor*.

- Dengan cara sama sebuah titik P dapat diproyeksikan pada sebuah bidang, misal bidang H. Caranya ialah dengan membut ruas garis tegaklurus dari titik P ke bidang H. Seperti pada butir pertama di atas, titik P_1 yang merupakan titik potong antara proyektor (garis melalui P tegaklurus bidang H) dengan bidang H merupakan *titik kaki* garis tegaklurus dari P ke bidang H. Titik P_1 tersebut merupakan proyeksi titik P pada bidang H.

- Jika sebuah garis g diproyeksikan pada sebuah bidang H, maka hasil proyeksinya adalah himpunan semua proyeksi titik-titik pada g terhadap bidang H.

2. ***Teorema* 2: Jarak antara titik P dan garis g dengan P di luar g adalah panjang ruas garis tegaklurus dari titik P ke garis g**.



Gambar 2.4

Bukti:

Dalam kasus ini himpunan A = {P}, singleton, himpunan B = garis g. Yang harus dibuktikan panjang ruas garis tegaklurus dari titik P ke garis g adalah jarak terpendek, d({P}, g).

Pada Gambar 2.4 P_1 pada g. Jika dari titik P ditarik ruas garis $\overline{PP_1}$ dengan P_1 pada g dan $\overline{PP_1} \perp$ g, maka P_1 merupakan proyeksi titik P pada g. Pada gambar tersebut titik P_1 adalah proyeksi titik P pada garis g karena $\overline{PP_1} \perp$ g dan P_1 pada g.

Jadi jarak antara titik P dan garis g adalah PP_1.

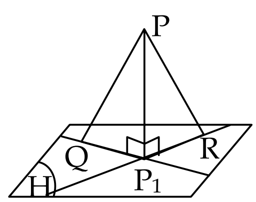
Penjelasan:

$\overline{PP_1} \perp$ g. Berarti untuk setiap titik P_n, $P_n \in$ g, $n \in N$, $n \neq 1$, ΔPP_1P_n adalah segitiga siku-siku dengan $\overline{PP_n}$ merupakan hipotenusa. Akibatnya untuk setiap n, $PP_n > PP_1$.

Dengan kata lain $\overline{PP_1}$ merupakan ruas garis terpendek penghubung titik P dengan setiap titik pada garis g. Jadi jarak antara P dan garis g adalah PP_1.

Dengan penalaran serupa, yaitu membandingkan panjang sisi-sisi dalam segitiga siku-siku, diperoleh jarak antara dua unsur selain di atas sebagai berikut:

3.



Gambar 2.5

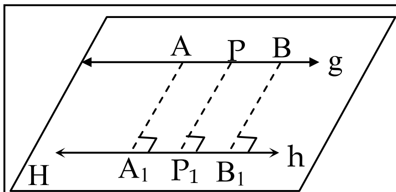
***Teorema* 3: Jarak antara titik P dan bidang H, P di luar H, adalah panjang ruas garis tegaklurus dari titik P ke bidang H**.

Bukti:

Tarik $\overline{PP_1} \perp$ bidang H. Ambil titik-titik sebarang Q dan R di H sedemikian sehingga QP_1R tidak segaris (Mengapa?). Segitiga-segitiga PP_1Q dan PP_1R siku-siku di P_1. Jadi $\overline{PP_1}$ ruas garis terpendek.

Selanjutnya untuk setiap titik P_n, $n \neq 1$, dan P_n pada $\overleftrightarrow{P_1Q}$ atau $\overleftrightarrow{P_1R}$, $\overline{PP_n}$ adalah hipotenusa ΔPP_1P_n sehingga $PP_n > PP_1$. Jadi untuk setiap $n \neq 1$, $PP_n \geq PP_1$, dan yang terpendek adalah PP_1. Jadi jarak titik P ke bidang H adalah PP_1

4.



Gambar 2.6

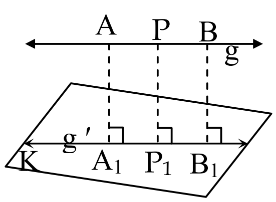
***Teorema 4:* Jarak antara dua garis g dan h yang sejajar adalah jarak antara sebarang titik pada salah satu garis ke garis lainnya**.

Bukti: Yang akan dibuktikan adalah *pilihan sebarang* titik pada garis g.

Ambil sebarang titik A pada garis g. Menurut *Teorema* 2, jarak dari ririk A ke garis h adalah ruas garis tegaklurus $AA_1 = d_1$. Untuk membuktikan bahwa jarak ini tidak tergantung pilihan titik di g, ambil titik B di garis g yang bukan A. Menurut *Teorema* 2 lagi, jarak dari titik B ke garis h adalah ruas garis tegaklurus $BB_1 = d_2$. Yang harus dibuktikan, $d_1 = d_2$. Karena $\overline{AA_1} \parallel \overline{BB_1}$ dan $\overline{AB} \parallel \overline{A_1B_1}$ maka segiempat ABB_1A_1 adalah jajargenjang, bahkan persegipanjang karena memiliki sudut siku-siku. Jadi $AA_1 = BB_1$ atau $d_1 = d_2$.

Pada Gambar 2.6 di atas, pada bidang H garis g || h, P, A, dan B pada garis g. P_1, A_1 dan B_1 berturut-turut adalah proyeksi titik P, A dan B di g pada h. Jarak antara g dan h adalah $PP_1 = AA_1 = BB_1$.

5.



Gambar 2.7

***Teorema* 5: Jarak antara garis g dan bidang K yang sejajar g adalah jarak salah satu titik pada garis g terhadap bidang K**.

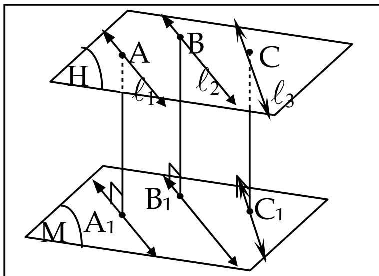
Pada Gambar 2.7, P_1 adalah proyek titik P di g terhadap bidang K. Jarak antara g dan K dengan g || K adalah PP_1.

Bukti:

Titik A_1 dan B_1 berturut-turut adalah proyeksi titik A dan B di g terhadap bidang K. Yang akan dibuktikan tidak tergantung pilihan titik di garis g. Ambil titik $A \in g$. Menurut *Teorema* 3, jarak dari titik A ke bidang K adalah ruas garis tegaklurus $AA_1 = d_1$, $A_1 \in K$. Ambil titik $B \in g$, $B \neq A$. Menurut *Teorema* 3, jarak dari titik B ke bidang K adalah ruas garis tegaklurus $BB_1 = d_2$. (Tidak diketahui bahwa AB || A_1B_1). *Andaikan* $BB_1 < AA_1$, maka sisi-sisi $\overline{AB}$ dan $\overline{A_1B_1}$ dari trapesium ABB_1A_1 akan berpotongan di suatu titik yang terletak di bidang K. Jadi garis g memotong bidang K. Ini *kontradiksi* dengan yang diketahui bahwa g || K. Berarti pengandaian salah. Jadi, $d_1 = d_2$.

Keterangan: Jarak antara g dan K dengan g || K adalah jarak antara g dan g´. Jadi jaraknya adalah dapat dinyatakan sebagai AA_1 atau BB_1.

6.



Gambar 2.8

***Teorema* 6: Jarak antara bidang H dan M yang sejajar adalah jarak salah satu titik pada bidang H terhadap bidang M, atau sebaliknya**. Sesuai butir 3 di atas, jaraknya diperoleh dengan memproyeksikan titik pada bidang satu ke yang lainnya.

Pada Gambar 2.8 titik-titik A_1, B_1, dan C_1 adalah titik-titik pada bidang M yang berturut-turut merupakan proyeksi titik-titik A, B, dan C yang terletak pada bidang H. Jarak antara bidang H dan M adalah $AA_1 = BB_1 = CC_1$.

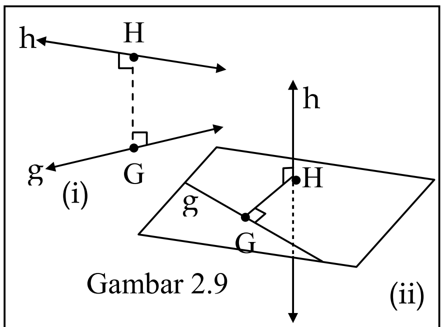
Bukti:

Karena bidang H dan M sejajar, maka di bidang H terdapat takhingga banyak garis-garis yang sejajar bidang M, misalnya ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3, ℓ_4 ....dengan ℓ_k tidak harus sejajar ℓ_j.

Menurut *Teorema* 5, setiap titik pada ℓ_1, sama jaraknya terhadap bidang M.

Demikian pula setiap titik pada ℓ_2, ℓ_3, ℓ_4....

7.



Gambar 2.9

***Teorema* 7: Jarak antara dua garis bersilangan adalah panjang ruas garis tegaklurus persekutuan dari kedua garis bersilangan tersebut.**

Misalkan garis g dan h bersilangan. Jika titik G pada garis g, titik H pada garis h sedemikian sehingga $\overline{GH} \perp$ garis g dan $\overline{GH} \perp$ garis h, maka jarak antara garis g dan h yang bersilangan adalah GH. (Gambar 2.9).

Misalkan garis a dan garis b bersilangan. Jarak antara dua garis a dan b dapat digambarkan dengan dua cara sebagai berikut:

Cara I (Gambar 2.10 – 2.13):

(1) Ambil sebarang titik A pada garis a dan lukis garis $b_1 \parallel$ b melalui K.(Gambar 2.10).

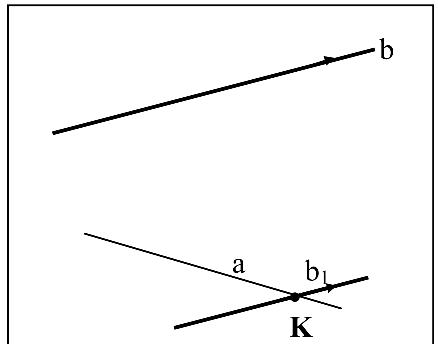
(2) Lukis bidang H melalui a dan b_1 (Gambar 2.11). Bidang H akan memotong garis b.

(3) Proyeksikan garis b terhadap bidang H. Hasilnya adalah garis b_2, yang memotong garis a di titik A (Gambar 2.12).

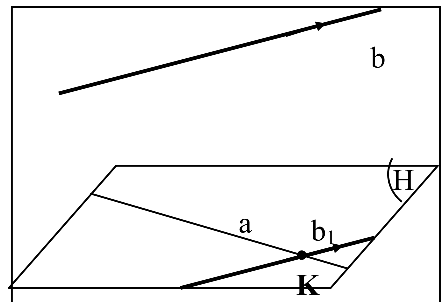
(4) Lukislah garis g yang melalui A $\perp$ b, dan memotong garis b di B (Gambar 2.13).

AB = panjang ruas garis $\overline{AB}$ merupakan jarak antara garis a dan b yang bersilangan

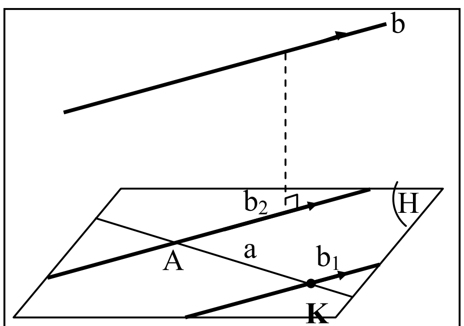
.



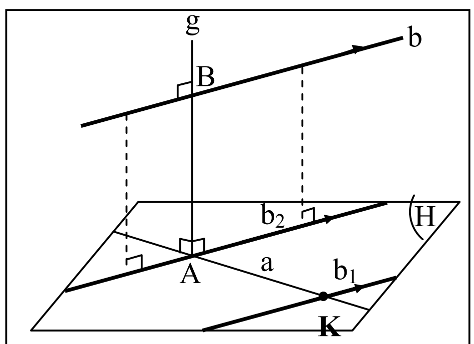
Gambar 2.10



Gambar 2.11



Gambar 2.12

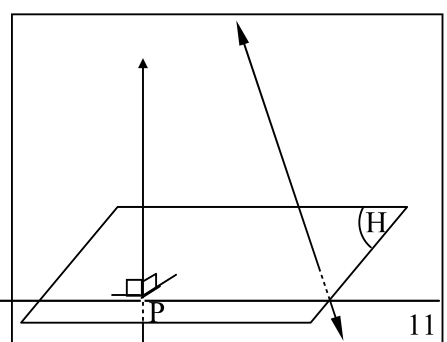


Gambar 2.13

Cara II (Gambar 2.14 – 2.16):

(1) Lukislah bidang H $\perp$ b. Bidang H memotong garis b di P (Gambar 2.14).

(2) Proyeksikan garis a pada bidang H, hasilnya a_1. (Gambar 2.15).

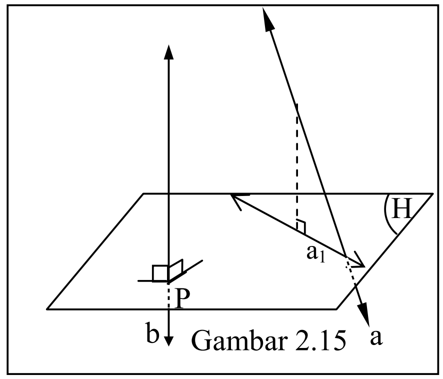


Gambar 2.14

(3) Lukislah garis m melalui P ⊥ a_1 dan memotong a_1 di titik Q (Gambar 2.16 (i)).

(4) Melalui Q lukis garis k || b yang memotong garis a di titik A (Gambar 2.16 (ii)).

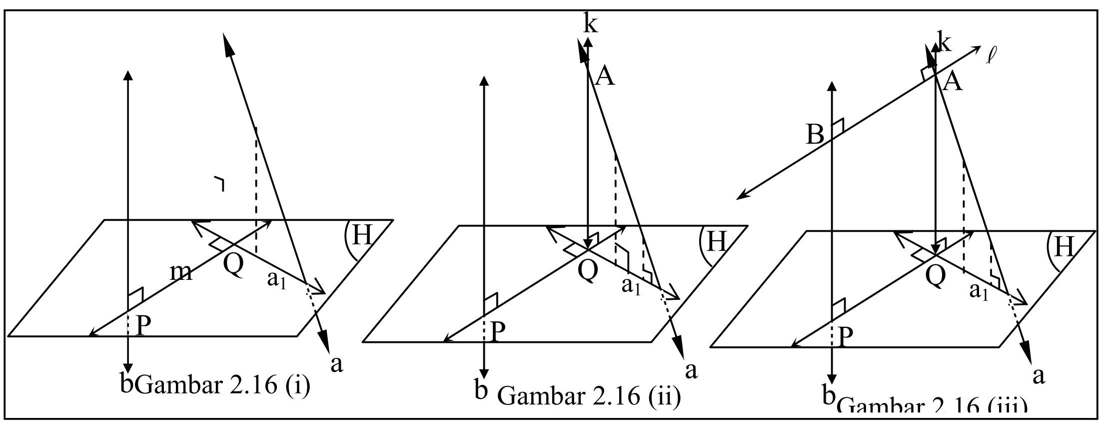
Keterangan: Bidang pemroyeksi a pada H melalui Q ⊥ H. Bidang melalui garis m dan b tegak lurus H melalui Q. Karena itu maka kedua bidang berpotongan pada garis yang melalui Q ⊥ H, yaitu k. Jadi garis a dan k berpotongan karena sama-sama pada bidang proyeksi.



Gambar 2.15

(5) Melalui titik A lukis garis $\ell \parallel \overline{PQ}$ dan memotong garis b di titik B (Gambar 2.16 (iii)). Panjang ruas garis $\overline{AB}$ sama dengan panjang ruas garis $\overline{PQ}$ dan merupakan ukuran jarak garis a dan b yang bersilangan.

Keterangan: $\overline{BA}$ ⊥ a dan titik A pada garis a. Karena itu untuk setiap A_n pada garis a, n bilangan asli, ΔBAA_n siku-siku di A, sehingga $BA_n \geq BA$. Jadi $\overline{BA}$ adalah ruas garis terpendek antara penghubung titik pada garis a dan b, yang dengan demikian merupakan jarak antara garis a dan B.



Gambar 2.16 (i) Gambar 2.16 (ii) Gambar 2.16 (iii)

C. Melukis/Menggambar Ruas Garis untuk Menyatakan dan Menghitung Jarak pada Bangun Ruang

Untuk menggambarkan sebuah garis vertikal, maka garis tersebut senantiasa digambar tegaklurus pada tepi atas bidang gambar (papan tulis, kertas). Biasanya garis ini terkait dengan garis yang tegaklurus bidang horisontal dan proyeksi titik terhadap bidang horisontal atau garis frontal horisontal. Secara umum sesungguhnya hal itu tidak diharuskan.

Untuk menggambar ruas garis yang menyatakan jarak dapat dibedakan menjadi dua kejadian khusus, yaitu kejadian:

- yang masalahnya tidak menyangkut bangun ruang dengan ukuran tertentu.

  Dalam kejadian ini, gambar dua garis yang saling tegaklurus pada umumnya dapat digambar sesuai keperluan, sepanjang gambarnya memperjelas arah pemecahan masalah. Yang penting adalah memberikan tanda atau bahwa keduanya saling tegaklurus.
- pada bangun ruang dengan ukuran tertentu.

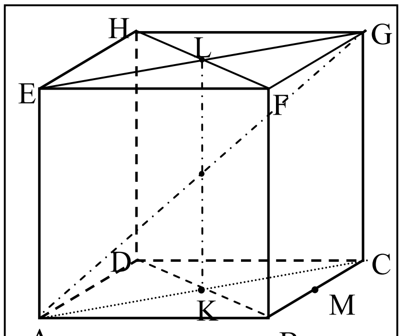
  Dalam kejadian ini, jika ada dua ruas garis berpotongan, maka letak titik potongnya tertentu. Hal ini sebagai akibat logis dari suatu gambar ruang yang bertalian dengan perbandingan panjang ruas garis. Perbandingan panjang ruas-ruas garis pada garis-garis sejajar atau segaris pada gambar ruang, sama dengan perbandingan yang sesungguhnya. Khusus pada bidang frontal, semua ukuran sama dengan ukuran yang sesungguhnya.

Contoh 1

Diketahui sebuah kubus dengan alas ABCD.EFGH Panjang rusuknya 6 cm. Titik K adalah titik potong diagonal sisi ABCD. Titik L adalah titik potong diagonal sisi EFGH. M adalah titik tengah rusuk $\overline{BC}$.

Tunjukkan dan hitunglah jarak antara:

a. Tititk A dan G.
b. Titik B dan $\overline{EH}$
c. Titik C dan $\overline{AH}$
d. Titik M dan $\overline{EG}$
e. $\overline{EK}$ dan $\overline{LC}$
f. Bidang BDE dan bidang CFH



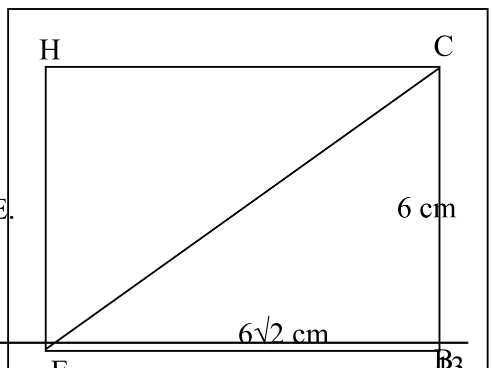
Gambar 2.17

Jawab: Perhatikan Gambar 2.17.

a. Jarak antara A dan G adalah panjang ruas garis $\overline{AG}$, yaitu diagonal ruang kubus.

   $\overline{AG}$ merupakan diagonal persegipanjang ACGE.

   $AG = \sqrt{(AC)^2 + (CG)^2}$



Gambar 2.18

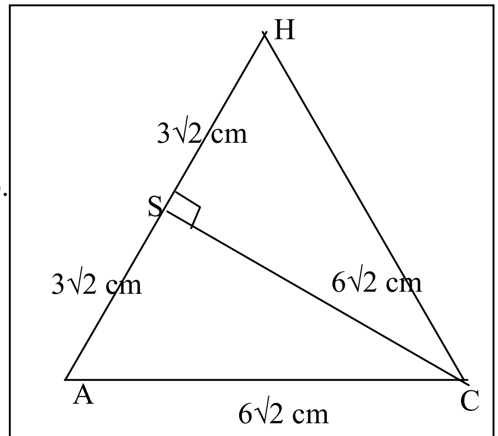
$= \sqrt{(AB)^2 + (BC)^2 + (CG)^2}$

$= \sqrt{6^2 + 6^2 + 6^2}$

$= 6\sqrt{3}$

Jarak antara A dan G adalah $6\sqrt{3}$ cm.

b. BCHE adalah sebuah persegipanjang (Gambar 2.18). Jadi proyeksi titik B pada $\overline{EH}$ adalah titik E. Karena jarak antara B dan $\overline{EH}$ adalah jarak antara B dan proyeksi B pada $\overline{EH}$, maka jarak tersebut ditunjukkan oleh ruas garis $\overline{BE}$. BE adalah panjang diagonal sisi kubus ($6\sqrt{2}$ cm). Jadi jarak antara B dan $\overline{EH}$ adalah $6\sqrt{2}$ cm.



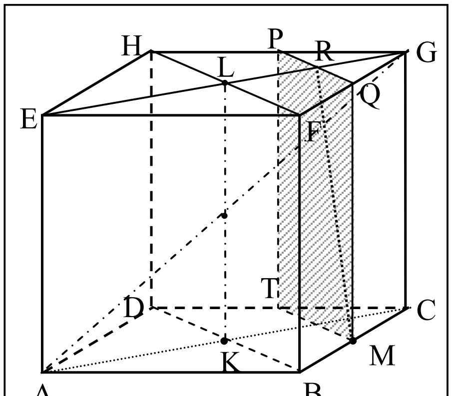
Gambar 2.19

c. Menentukan jarak antara C dan $\overline{AH}$.

Untuk menentukan jarak C terhadap $\overline{AH}$, C diproyeksikan pada $\overline{AH}$. Karena semua sisi ΔCAH adalah diagonal-diagonal sisi kubus, maka segitiga tersebut samasisi (Gambar 2.19). Berarti proyeksi C pada $\overline{AH}$ adalah titik tengah $\overline{AH}$, misalkan titik S. Jadi jarak antara C dan $\overline{AH}$ digambarkan oleh panjang $\overline{CS}$.

$CS = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + (6\sqrt{2})^2} = 6\sqrt{6}$

Jadi jarak antara C dan $\overline{AH}$ $6\sqrt{6}$ cm.



Gambar 2.20

d. Untuk menentukan jarak M terhadap $\overline{EG}$, M diproyeksikan pada $\overline{EG}$ (lihat Gambar 2.20). Garis pemroyeksinya harus tegaklurus $\overline{EG}$.

$\Rightarrow$ $\overline{EG}$ tegaklurus bidang yang memuat garis pemroyeksi.

Bidang yang tegaklurus $\overline{EG}$ di antaranya adalah bidang BDHF (karena $\overline{EG} \perp \overline{HF}$ dan $\overline{EG} \perp \overline{HD}$, sedangkan $\overline{HF}$ dan $\overline{HD}$ pada bidang BDHF).

Akibatnya garis pemroyeksi terletak pada bidang yang sejajar bidang BDHF.

Karena garis pemroyeksi harus melalui M, maka garis pemroyeksi tersebut terletak pada bidang yang melalui M sejajar BDHF.

Untuk membuat bidang ini (bidang sejajar BDHF dan melalui $\overline{MR}$), pada bidang BCGF ditarik $\overline{MQ} \parallel \overline{BF}$, pada bidang ABCD ditarik $\overline{MT} \parallel \overline{BD}$. Jika pada bidang CDHG ditarik garis sejajar $\overline{MQ}$, maka bidang yang melalui M sejajar bidang BDHF (atau tegaklurus $\overline{EG}$) adalah bidang MQPT, yang memotong $\overline{EG}$ di titik R. Karena itu maka $\overline{EG} \perp$ bidang MQPT. Karena $\overline{MR}$ pada bidang MQPT, maka $\overline{EG} \perp \overline{MR}$ atau sebaliknya $\overline{MR} \perp \overline{EG}$ di R. Akibatnya, proyeksi M pada $\overline{EG}$ adalah titik R.

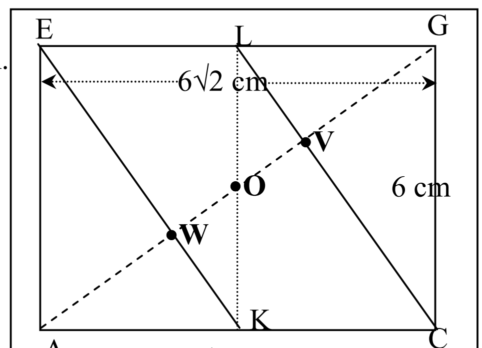
Jadi yang menunjukkan jarak antara M dan $\overline{EG}$ adalah ruas garis $\overline{MR}$.

$$\begin{aligned} MR &= \sqrt{(MQ)^2 + (RQ)^2} \\ &= \sqrt{(6)^2 + \left(1\tfrac{1}{2}\sqrt{2}\right)^2} \\ &= \sqrt{40{,}5} \\ &= 4\tfrac{1}{2}\sqrt{2} \end{aligned}$$

Pada ΔGLF, $\overline{RQ}$ adalah sebuah paralel tengah, sehingga RQ sama dan sejajar $\frac{1}{2}$LF

$$\begin{aligned} RQ &= \tfrac{1}{2}\ LF = \tfrac{1}{2} \times \tfrac{1}{2}\ HF \\ &= \tfrac{1}{2} \times \tfrac{1}{2} \times 6\sqrt{2} = 1\tfrac{1}{2}\sqrt{2} \end{aligned}$$

Jadi jarak antara M dan $\overline{EG}$ adalah $4\frac{1}{2}\sqrt{2}$ cm.



Gambar 2.21

e. Menentukan jarak antara $\overline{EK}$ dan $\overline{LC}$ (lihat Gambar 2.21).

Karena $\overline{EL}$ sama panjang dan sejajar $\overline{KC}$ maka KCLE jajargenjang. Akibatnya $\overline{EK} \parallel \overline{LC}$.

Untuk menentukan jarak antara $\overline{EK}$ dan $\overline{LC}$ dapat dipilih sembarang titik pada $\overline{LC}$ dan diproyeksikan ke $\overline{EK}$.

Arah garis pemroyeksi tersebut sejajar atau berimpit dengan garis yang tegaklurus kedua garis. Karena itu maka perlu dicari garis yang tegaklurus $\overline{EK}$ dan $\overline{LC}$.

Perhatikan ΔGCL siku-siku di G, dan ΔLGOsiku-siku di L.

$$\left.\begin{array}{l} \Delta\text{GCL siku-siku di G, } \Delta\text{LGO siku-siku di L} \\ \text{Pada } \Delta\text{GCL, } \dfrac{GC}{GL} = \dfrac{6}{3\sqrt{2}} = \dfrac{2}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{1} \\ \text{Pada } \Delta\text{LGO, } \dfrac{GL}{GO} = \dfrac{3\sqrt{2}}{3} = \dfrac{\sqrt{2}}{1} \end{array}\right\} \Delta\text{GCL dan } \Delta\text{LGO sebangun}$$

Akibat: besar $\angle LOG$ = besar $\angle GLC$

Karena besar $\angle LOG$ + besar $\angle LGO = 90^o$ (ditulis: $m\angle LOG + m\angle LGO = 90^o$),

maka $m\angle GLC + m\angle LGO = 90^o$, atau $m\angle GLV + m\angle LGV = 90^o$

Akibatnya, besar $\angle GLV = 180^o - (m\angle GLV + m\angle LGV) = 180^o - 90^o = 90^o$.

Dengan kata lain, $\overline{GV} \perp \overline{LC}$, sehingga $\overline{GA} \perp \overline{LC}$. Karena $\overline{LC} \parallel \overline{EK}$, maka $\overline{GA} \perp \overline{EK}$. Jadi jarak antara $\overline{LC}$ dan $\overline{EK}$ dapat diwakili oleh panjang $\overline{VW}$.

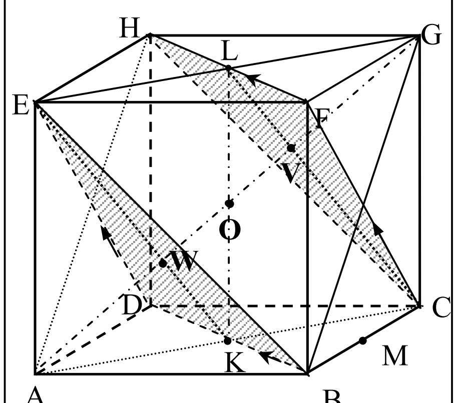
Perhatikan ΔGEW: $\overline{LV} \parallel \overline{EW}$ dan L adalah titik tengah $\overline{EG}$. Akibatnya: GV = VW.

Perhatikan ΔACG: $\overline{KW} \parallel \overline{CV}$ dan K adalah titik tengah $\overline{AC}$. Akibatnya: VW = WA.

Dari kedua hal di atas diperoleh: $GV = VW = WA = \frac{1}{3} AG = \frac{1}{3} \times 6\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

Jadi jarak antara $\overline{LC}$ dan $\overline{EK}$ adalah $VW = 2\sqrt{3}$ cm.

f. Menentukan jarak antara bidang BDE dan CFH. Kedua bidang tersebut sejajar karena memiliki pasangan garis berpotongan yang sejajar yaitu $\overline{BD} \parallel \overline{HF}$ dan $\overline{DE} \parallel \overline{CF}$ (lihat Gambar 2.22). Untuk menentukan jaraknya dapat dipilih sem-barang titik pada bidang CFH dan dipro-yeksikan ke bidang BDE. Arah garis pemro-yeksi tersebut sejajar atau berimpit dengan setiap garis yang tegaklurus kedua bidang.



Gambar 2.22

Karena itu maka perlu dicari garis yang tegaklurus kedua bidang.

$\overline{LK} \parallel \overline{EA}$ yang tegak lurus bidang ABCD, sehingga $\overline{LK} \perp$ bidang ABCD $\Rightarrow \overline{LK} \perp \overline{BD}$

$$\left.\begin{array}{l} \overline{BD} \perp \overline{LK} \\ \overline{BD} \perp \overline{AC} \text{(diagonal sisi kubus)} \\ \overline{LK} \text{ dan } \overline{AC} \text{ pada ACGE} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \overline{BD} \perp \text{bidang ACGE} \\ \Rightarrow \overline{BD} \perp \overline{AG} \text{ atau } \overline{AG} \perp \overline{BD} \text{.................(1)} \end{array}$$

$\overline{AB} \perp ADHE \Rightarrow \overline{AB} \perp \overline{DE}$ atau $\overline{DE} \perp \overline{AB}$

$$\left.\begin{array}{l}\overline{DE} \perp \overline{AB} \\ \overline{DE} \perp \overline{AH} \text{ (diagonal sisi kubus)} \\ \overline{AB} \text{ dan } \overline{AH} \text{ pada ABGH}\end{array}\right\} \begin{array}{l}\overline{DE} \perp \text{bidang ABGH} \\ \Rightarrow \overline{DE} \perp \overline{AG} \text{ atau } \overline{AG} \perp \overline{DE} \text{..........(2)}\end{array}$$

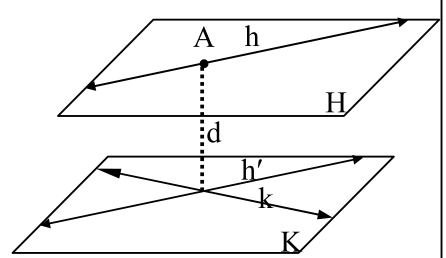
Dari (1) dan (2) diperoleh $\overline{AG}$ tegaklurus bidang pemuat $\overline{BD}$ dan $\overline{DE}$ yaitu bidang BDE. Karena bidang CFH || bidang BDE, maka $\overline{AG}$ $\perp$ bidang BDE. Dengan demikian maka ruas garis yang menyatakan jarak antara bidang BDE dan bidang CFH harus sejajar atau berimpit dengan $\overline{AG}$. Untuk hal tersebut, dapatlah dipilih $\overline{AG}$. Pada Gambar 2.22 ruas garis yang menyatakan jarak antara bidang BDE dan bidang CFH adalah $\overline{VW}$.

Berdasar uraian pada butir e, maka jarak antara kedua bidang = VW = $2\sqrt{3}$ cm.

Catatan:

(1) Dari uraian di atas dapat dinyatakan bahwa bidang BDE dan bidang CFH tegaklurus diagonal ruang $\overline{AG}$ dan membaginya menjadi tiga sama panjang. Sesuai sifat simetri pada kubus, maka hal tersebut juga terjadi pada diagonal-diagonal ruang lainnya terhadap dua bidang sejajar seperti bidang BDE dan bidang CFH, misal $\overline{EC}$ terhadap bidang BDG dan bidang FHA.

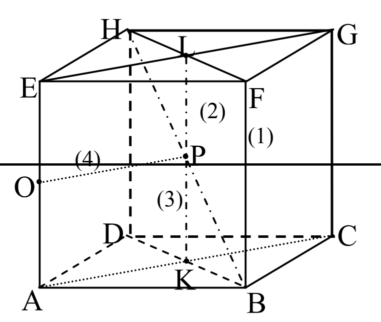
(2) Jika bidang H || K, garis h pada H dan k pada K, dengan h dan k bersilangan, dan h′ adalah proyeksi h di K, maka h′ pasti berpotongan dengan k; misal di A′. Pastilah dapat ditemukan A pada h sedemikian sehingga A′ merupakan proyeksi A di bidang K. Dengan demikian maka AA′ adalah jarak antara H dan K, dan juga sekaligus jarak antara garis h di H dan garis k di K dengan h dan k bersilangan.



Gambar 2.23

Contoh 2

Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 6 cm. Lukis dan hitunglah jarak antara $\overline{AE}$ dan $\overline{HB}$ (yang bersilangan).



Gambar 2.24

Jawab: Sesuai dengan langkah menggambar jarak antara dua garis bersilangan yang diuraikan pada halaman 11 - 12, di sini diberikan juga dua cara tersebut.

Cara I (Gambar 2.24, dasar: halaman 11, Gambar 2.10-2.13):

(1) Akan dilukis garis sejajar $\overline{AE}$ memotong $\overline{HB}$ di B. Ruas garisnya telah tersedia yaitu $\overline{BF}$.

(2) Lukis bidang melalui $\overline{HB}$ dan $\overline{BF}$. Bidang tersebut adalah bidang BDHF yang sejajar $\overline{AE}$.

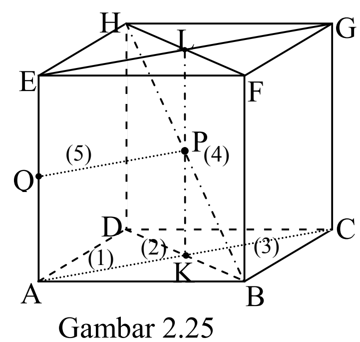
(3) Proyeksikan ruas garis $\overline{AE}$ pada bidang BDHF. Proyeksi titik A dan titik E pada bidang BDHE berturut-turut adalah titik K dan titik L. Jadi hasil proyeksi ruas garis $\overline{AE}$ pada bidang BDHF adalah ruas garis $\overline{KL}$ yang memotong $\overline{HB}$ di P.

(4) Melalui titik P lukis ruas garis $\overline{PQ} \perp \overline{AE}$.

(5) Panjang ruas garis $\overline{PQ}$ merupakan jarak antara $\overline{AE}$ dan $\overline{HB}$.

(6) Oleh karena PQ = AK dan AK = $\frac{1}{2}$ AC, maka PQ = $\frac{1}{2} \times 6\sqrt{2}$ cm = $3\sqrt{2}$ cm.

Cara II (Gambar 2.25, dasar: halaman 11-12, Gambar 2.14-2.16)



Gambar 2.25

(1) Dilukis bidang yang tegaklurus $\overline{AE}$. Bidangnya telah tersedia yaitu bidang ABCD

(2) Proyeksikan $\overline{HB}$ pada bidang ABCD, yaitu $\overline{BD}$.

(3) Lukis ruas garis melalui A $\perp$ $\overline{BD}$, yaitu $\overline{AC}$, memotong $\overline{BD}$ di titik K.

(4) Melalui K dibuat ruas garis sejajar $\overline{AE}$ yaitu $\overline{KL}$ yang memotong $\overline{HB}$ di P.

(5) Melalui P dibuat ruas garis tegaklurus $\overline{AE}$ yaitu $\overline{PQ}$.

$\rightarrow$ Panjang ruas garis $\overline{PQ}$ merupakan jarak antara $\overline{AE}$ dan $\overline{HB}$.

Panjangnya adalah AK = $\frac{1}{2}$ AC = $\frac{1}{2} \times 6\sqrt{2}$ cm = $3\sqrt{2}$ cm.

Contoh 3

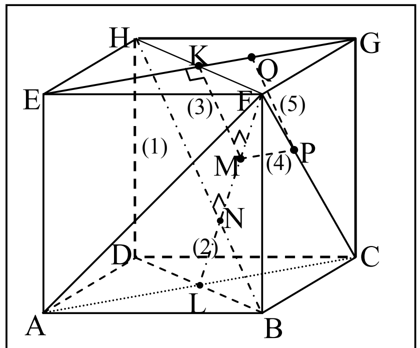
Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 6 cm. Lukis dan hitunglah jarak antara $\overline{EG}$ dan $\overline{FC}$.

Jawab: Digunakan Cara II (Gambar 2.26).

(1) Lukis bidang yang tegaklurus $\overline{EG}$, yaitu bidang BDHF yang memotong $\overline{EG}$ di K.

(2) Proyeksikan ruas garis $\overline{FC}$ ke bidang BDHF, yaitu $\overline{FL}$.

(3) Melalui K dibuat ruas garis tegaklurus $\overline{FL}$ dan memotong $\overline{FL}$ di titik M. (Dibuat $\overline{KM} \parallel \overline{HB}$, karena $\overline{HB} \perp \overline{FL}$).



Gambar 2.26

(4) Melalui M dibuat ruas garis sejajar $\overline{EG}$, memotong $\overline{FC}$ di titik P.

(5) Melalui P dibuat ruas garis sejajar $\overline{KM}$, memotong $\overline{EG}$ di Q.

$\rightarrow$ Ruas garis $\overline{PQ}$ merupakan jarak antara $\overline{EG}$ dan $\overline{FC}$.

$$PQ = KM;\ KM = \frac{1}{2}HN = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \text{ cm} = 2\sqrt{3} \text{ cm}.$$

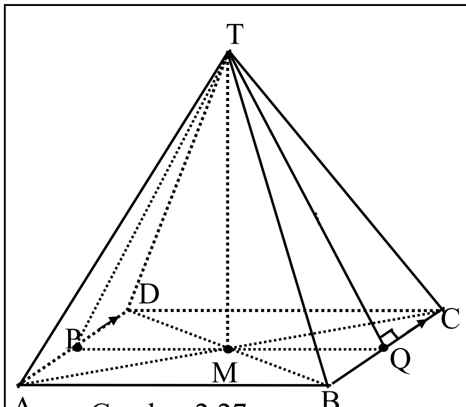
Jadi jarak antara $\overline{EG}$ dan $\overline{FC}$ adalah sama dengan panjang ruas garis $\overline{PQ} = 2\sqrt{3}$ cm.

Catatan:

Jika yang ditanyakan hanya jaraknya, maka jarak tersebut sama dengan jarak antara bidang DEG dan ACF. Karena kedua bidang tegak lurus dan membagi tiga sama diagonal $\overline{HB}$ (lihat Catatan pada halaman 15), maka jarak kedua garis sama dengan jarak antara dua bidang sejajar pemuatnya $\frac{1}{3} \times 6\sqrt{3}$ cm $= 2\sqrt{3}$ cm

Contoh 4

T.ABCD adalah sebuah limas segi-4 beraturan AB = 16 cm, tinggi limas 12 cm. Gambarlah ruas garis yang menunjukkan jarak B terhadap bidang TAD, kemudian hitunglah jarak tersebut.



Gambar 2.27

Jawab:

Misalkan limasnya seperti tampak Gambar 2.27. M = proyeksi T pada bidang ABCD Lukis $\overleftrightarrow{PQ}$ melalui M sehingga $\overleftrightarrow{PQ} \parallel \overleftrightarrow{AB}$. Pada gambar tersebut ΔTPQ merupakan bidang frontal.

Untuk membuat ruas garis yang menyatakan jarak B ke bidang TAD harus dibuat garis melalui B tegaklurus bidang TAD. Garis tersebut harus sejajar dengan garis lain yang juga tegaklurus bidang tersebut, dan mudah untuk digambar. Karena harus tegaklurus bidang TAD garis tersebut harus tegaklurus pertama-tama pada dua buah garis pada bidang TAD.

Karena bidang TPQ frontal, maka kedudukan garis yang melalui Q tegaklurus terhadap $\overline{TP}$ be-nar-benar tegaklurus $\overline{TP}$. Lukis $\overline{QK} \perp \overline{TP}$ (1).

Karena $\overline{BC} \perp \overline{AB}$ dan $\overline{PQ} \parallel \overline{AB}$, akibatnya $\overline{BC} \perp \overline{PQ}$ (*)

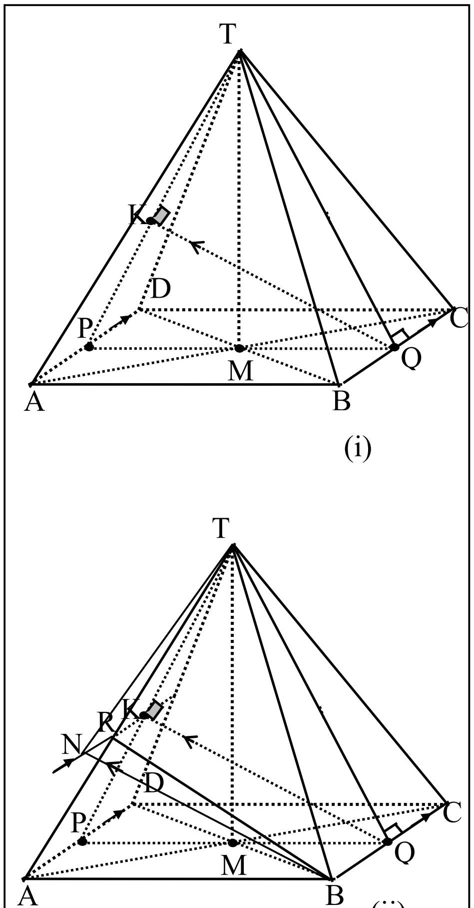
Q titik tengah $\overline{BC}$ pada ΔTBC samakaki (karena limasnya beraturan). Berarti $\overline{TQ}$ garis tinggi dari puncak ΔTBC samakaki, sehingga $\overline{BC} \perp \overline{TQ}$ (**)

Dari (*) dan (**) diperoleh $\overline{BC} \perp$ bidang TPQ, yaitu bidang yang memuat $\overline{PQ}$ dan $\overline{TQ}$.

Akibatnya, $\overline{BC}$ tegaklurus semua garis pada bidang TPQ, Karena $\overline{QK}$ juga pada bidang TPQ maka $BC \perp \overline{QK}$ atau $\overline{QK} \perp \overline{BC}$.

Karena $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ berarti juga $\overline{QK} \perp \overline{AD}$ (2)

Dari (1) dan (2) diperoleh bahwa $\overline{QK} \perp$ TAD (bidang pemuat $\overline{TP}$ dan $\overline{AD}$).



Gambar 2.27

Karena titik K adalah proyeksi titik Q pada bidang TAD dan garis $\overleftrightarrow{BC}$ melalui titik B sejajar bidang TAD, maka jarak antara titik B dan bidang TAD sama dengan QK.

Akibatnya ruas garis yang menunjukkan jarak B terhadap bidang TAD adalah ruas garis yang ditarik dari titik B sejajar $\overline{QK}$, dan titik kakinya, misal N, pada bidang TAD, sedemikian sehingga BN = QK.

Latihan 1

Untuk No. 1-6, gunakanlah gambar kubus ABCD.EFGH (= kubus $\frac{EFGH}{ABCD}$) pada Gambar 2. 17 dengan panjang rusuk 6 cm. Jawablah setiap pertanyaan dengan memberikan alasan.

1. Berapakah jarak antara (a) A dan C, (b) D dan G?
2. Berapakah jarak antara (a) B dan $\overline{FC}$ (b) D dan $\overline{EG}$?
3. Berapakah jarak antara (a) $\overline{HG}$ dan bidang ABFE, (b) $\overline{FG}$ dan bidang BCHE?
4. Berapakah jarak antara (a) bidang ABFE dan bidang DCGH, (b) bidang AFH dan bidang BDG?
5. Berapakah jarak antara (a) $\overline{AB}$ dan $\overline{FG}$, (b) $\overline{AE}$ dan $\overline{BD}$, dan (c) $\overline{GH}$ dan $\overline{FC}$?
6. Panjang rusuk kubus ABCD.EFGH, $a\sqrt{3}$ cm. Tentukan jarak titik H ke bidang ACF!
7. Dua buah garis ℓ dan m bersilangan tegak lurus. Jarak antara kedua garis itu adalah panjang ruas garis $\overline{AB}$ dengan A pada ℓ dan B pada m. Pada garis ℓ dan m berturut-turut terletak titik-titik C dan D, sehingga AC = 6 cm dan BD = 8 cm. Jika AB = 10 cm, hitunglah panjang $\overline{CD}$.
8. D.ABC adalah sebuah bidang empat beraturan, panjang rusuknya 6 cm.
   Hitung jarak antara
   a. setiap titik sudut ke bidang sisi di hadapannya
   b. setiap dua rusuknya yang bersilangan
9. T.ABCD adalah sebuah limas beraturan. AB = 6 cm, TA = $3\sqrt{5}$ cm.
   a. Gambarlah sebuah ruas garis yang menyatakan jarak antara titik A ke bidang TBC
   b. Hitunglah jarak tersebut.
10. Segitiga ABC siku-siku di A, merupakan alas sebuah limas T.ABC dengan $\overline{TA} \perp$ bidang ABC. Panjang rusuk AC = 30 cm, AB = 40 cm, dan TA = 32 cm. Hitunglah: jarak antara (a) $\overline{BC}$ dan $\overline{TA}$, (b) A dan bidang TBC.

BAB III
Pembelajaran Jarak

A. Pengantar

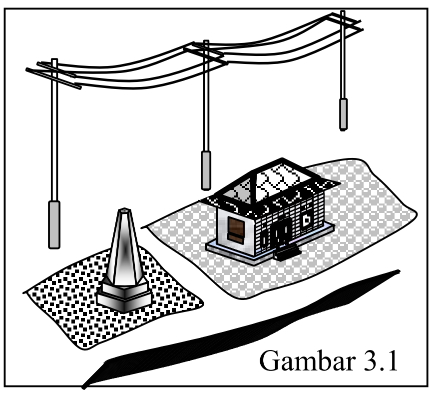
Dari uraian pada Bab I dan Bab II dan dengan mengerjakan Latihan 1, tentunya dapat dipahami, bahwa (1) kompetensi yang terkait dengan jarak merupakan kompetensi yang perlu dimiliki oleh orang-orang di berbagai bidang keahlian, baik keahlian tingkat tinggi maupun menengah, bahkan tingkat dasar, dan (2) untuk dapat memahami dan memecahkan masalah yang terkait dengan jarak, khususnya pada bangun ruang sisi datar, banyak kompetensi dasar yang harus dimiliki, khususnya tentang hal-hal yang terkait dengan sifat-sifat dan teorema pada bangun datar maupun bangun ruang. Hal pertama merupakan wawasan yang perlu dimiliki guru dalam mengembangkan pembelajaran kontekstual dan aplikasi jarak pada umumnya. Hal kedua menyangkut kompetensi siswa dalam geometri datar dan ruang yang mendasari pemahaman dan perhitungan jarak. Keduanya merupakan bahan yang perlu diramu dalam menyelenggarakan pembelajaran jarak.

B. Jarak dalam Pembelajaran Kontekstual

Pendekatan kontekstual merupakan konsep belajar yang membantu guru mengaitkan antara materi yang diajarkannya dengan situasi dunia nyata siswa dan mendorong siswa membuat hubungan antara pengetahuan yang dimilikinya dengan penerapannya dalam kehidupan mereka sebagai anggota keluarga dan masyarakat (Depdiknas, 2003:1). Siswa belajar dari mengalami sendiri, bukan dari 'pemberian orang lain'. Berbagai pandangan tentang pembelajaran kontekstual telah dikembangkan, dan sebagian telah dikemukakan pada Bab I. Di samping itu, Dit PLP (2003:10-19) mengemukakan tujuh komponen CTL (*Contextual Teaching and Learning*), yaitu (1) Konstruktivisme, (2) Menemukan (*Discovery*; *Inquary*), (3) Bertanya (*Questioning*), (4) Masyarakat Belajar (*Learning Community*), (5) Pemodelan (*Modelling*), (6) Refleksi (*Reflection*), dan (7) Penilaian yang Sebenarnya (*Authentic Assessment*).

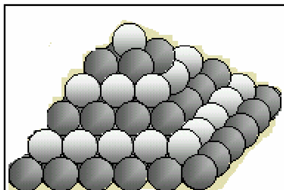
CORD Communications (2003) mengetengahkan pembelajaran kontekstual dengan akronimnya: REACT, yaitu: *Relating*, *Experiencing*, *Applying*, *Cooperating*, *Transferring*. Menghubungkan konsep yang dipelajari dengan sesuatu yang telah diketahui siswa, dengan kegiatan *hand-on* (‘mengkotak-katik’ atau memanipulasi) dan sedikit keterangan guru siswa menemukan pengetahuan baru, siswa menerapkan pengetahuannya pada situasi nyata, siswa memecahkan masalah dalam suatu team (secara kooperatif) untuk menguatkan pengetahuan mereka dan mengembangkan kompetensi kolaboratif mereka, serta siswa menerapkan yang telah mereka pelajari untuk dilakukan transfer ke situasi baru sesuai konteksnya.

Lingkungan belajar atau konteks manakah yang relevan untuk pembelajaran ‘Jarak’ agar memudahkan siswa dalam mengkonstruksikan pengetahuan untuk mencapai kompetensi dalam kaitannya dengan jarak dalam bangun ruang? Apakah harus benda-benda atau keadaan yang realistik yang dalam kesehariannya siswa selalu menghadapinya? Seperti di kemukakan pada Pendahuluan, tidaklah demikian sepenuhnya. Realistiknya adalah berbagai hal yang telah menjadi milik siswa, konkret maupun abstrak. Karena itu maka guru perlu memahami lingkungan belajar masing-masing, di samping kemampuan dasar matematika khususnya dasar-dasar geometri.



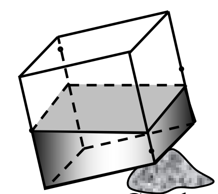
Gambar 3.1

Misalkan disajikan situasi seperti pada Gambar 3.1. Secara umum siswa dapat memahami makna situasi yang gambar tersebut. Masalah jarak antara lain terkait dengan masalah panjang kabel listrik. Hal ini tentunya terkait dengan dimana akan diletakkan tiang pancangnya yang di rumah? Dimana letak meteran listriknya? Jika dari rumah tersebut akan diberi fasilitas lampu penyorot tugu, dimana diletakkan? Berapa meter kabel diperlukan?



Gambar 3.2

Berapa meter tinggi tugu yang direncanakan dengan gambar khusus seperti pada Gambar 3.2 jika setiap “bola” berdiameter 50 cm?


Gambar 3.3

Berapa jarak terjauh dari permukaan air ke dasar air dalam bejana pada Gambar 3.3 jika ukuran bejana dan kemiringan serta isi bejana diketahui?

Kenyataan menunjukkan, bahwa dalam perhitungan jarak berbagai hal yang kompleks perlu disederhanakan atau 'dikembalikan' kepada bangun-bangun ruang yang telah dikenal. Karena itu maka untuk pembelajaran siswa tidak harus diajak ke kerumitan perhitungan yang tidak aplikatif. Yang sangat penting, dalam menentukan jarak sifat-sifat bangun ruang, dan cara menggambarnya untuk memudahkan perhitungan, merupakan syarat perlu dipahami siswa.

C. Pengetahuan Prasyarat

Seperti diuraikan di atas, untuk dapat menentukan jarak perlu dikuasai berbagai hal sebagai prasyarat. Selain algoritma dalam aritmetika dan aljabar dasar, kompetensi dalam geometri datar dan dasar-dasar geometri ruang yang diperlukan untuk menguasai persoalan jarak adalah kompetensi dalam:

1. menggunakan sifat-sifat khusus yang berlaku dalam bangun-bangun datar tertentu.
2. menentukan hubungan kedudukan antara titik, garis dan bidang
3. menentukan proyeksi sebuah titik pada sebuah garis
4. menentukan proyeksi sebuah titik pada sebuah bidang
5. menentukan proyeksi garis pada sebuah bidang
6. menggunakan syarat garis tegak lurus bidang dan implikasi dari garis tegak lurus bidang
7. menggunakan teorema Pythagoras dan teorema-teorema jarak termasuk rumus dalam trigonometri.

Kendala umum dalam mempelajari bangun ruang adalah kurangnya siswa dalam kompetensi keruangan. Dua implikasinya adalah: pertama, jika ada gambar ruang, siswa kurang memahami hubungan antara titik, garis dan bidang. Yang kedua, jika diberikan ketentuan tentang suatu bangun ruang, siswa kurang terampil dalam menggambar bangun ruang tersebut sesuai ketentuan atau keperluannya. Untuk mengatasi hal tersebut maka dalam pembelajaran jarak, hal-hal dasar atau prasyarat-prasyarat tersebut perlu diulang terlebih dahulu. Untuk yang pertama menggunakan kuis maupun bentuk soal lain dalam pemahaman ruang. Untuk yang kedua, siswa diberi tugas menggambar bangun ruang (khususnya balok, limas segitiga beraturan, limas segiempat beraturan, bidang empat beraturan, dan limas yang tiga rusuknya berpotongan tegaklurus) menurut aturan gambar-ruang paralel-miring atau gambar stereometris dengan berbagai model ketentuan.

D. Permasalahan dalam Mempelajari Jarak

Dua masalah utama dalam pembelajaran jarak adalah

1. Menentukan/menggambar ruas garis yang menunjukkan jarak yang dimaksud.
2. Menghitung jarak tersebut.

Prasyarat 1 - 6 mendukung pemecahan masalah butir pertama, sedangkan prasyarat 1 dan 7 mendukung pemecahan masalah kedua.

Meskipun kadang-kadang terjadi, untuk menghitung jarak tidak selalu menggambar ruas garis yang menunjukkan jarak tersebut, siswa tetap perlu menguasai cara melukis ruas garis yang menunjukkan jarak antara titik, garis, dan bidang. Perlu pula diingatkan di sini, bahwa persoalan jarak merupakan masalah panjang ruas garis.

E. Tahap untuk Memiliki Kompetensi dalam Hal Jarak

Untuk dapat menyelesaikan masalah dalam permasalahan jarak, dalam penyajian awal pembelajaran dapat saja konteks masalahnya sedemikian kompleks, tidak mudah dipecahkan. Namun yang penting dari sana adalah memberikan pemahaman tentang pentingnya memahami mana yang merupakan jarak, dan mengapa perlu dihitung. Namun dalam perhitungan yang disajikan tentu tidak tiba-tiba sulit, sebab pembelajaran pemecahan masalah bukan berarti masalahnya haruslah sulit. Dalam pemecahan masalah dikembangkan kemampuan mencari strategi, yang di antaranya adalah memecahkan masalahnya menjadi bagian-bagian yang lebih sederhana. Bahkan Polya, "bapak" *problem solving* antara lain menyatakan, periksalah, apakah ada (bagian) masalahnya pernah dipecahkan dalam pemecahan masalah lainnya yang lebih sederhana.

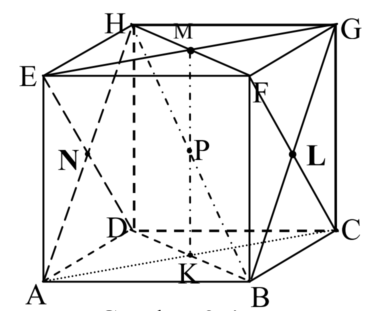
Mengingat kompleksitas masalahnya, dan berdasar pengalaman kesulitan siswa yang sering ditemui, maka untuk pembelajaran jarak disarankan dilakukan bertahap sebagai berikut:

Tahap pertama:

Menentukan jarak pada bangun ruang yang cukup istimewa, antara lain kubus yang diketahui panjang rusuknya, misalnya 6 cm atau 12 cm, dan gambarnya telah disediakan. Pemilihan panjang rusuk tersebut bertujuan agar perhitungan jarak tidak melibatkan pecahan yang rumit. Dengan demikian siswa terkonsentrasi pada permasalahan konsep jarak, bukan pada kesulitan pecahan. Jarak yang ditanyakan pun adalah jarak yang untuk mencarinya belum memerlukan gambar atau lukisan bantuan, kecuali pemahaman sifat bangun ruang dan bangun datar yang terkait.

Contoh:

Panjang rusuk kubus pada Gambar 3.4 adalah 6 cm. Untuk No. 1 dan 2 tentukanlah jarak antara:



Gambar 3.4

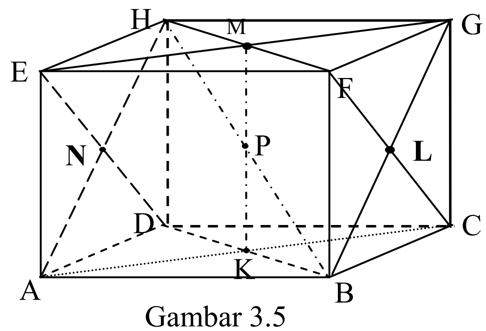
1. titik-titik

a. A dan G	f. A dan P
b. H dan B	g. E dan P
c. A dan M	i. F dan P
d. N dan M	j. N dan M
e. D dan L	k. M dan L

2. titik dan garis berikut, dan berikan alasannya (atau ruas garis mana yang menyatakan jarak tersebut):

a. B dan $\overleftrightarrow{AE}$	f. A dan $\overleftrightarrow{BG}$	l. C dan $\overleftrightarrow{AE}$
b. B dan $\overleftrightarrow{AD}$	g. E dan $\overleftrightarrow{CH}$	m. D dan $\overleftrightarrow{FG}$
c. B dan $\overleftrightarrow{NH}$	i. N dan $\overleftrightarrow{BG}$	n. N dan $\overleftrightarrow{FH}$
d. B dan $\overleftrightarrow{DE}$	j. C dan $\overleftrightarrow{AH}$	o. K dan $\overleftrightarrow{FC}$
e. A dan $\overleftrightarrow{BC}$	k. B ke $\overleftrightarrow{EH}$	p. L dan $\overleftrightarrow{EM}$

3. ABCD. EFGH pada Gambar 3.6 adalah sebuah balok. AB = 6 cm, AD = 4 cm, dan AD = 12 cm. Jawablah pertanyaan-pertanyaan pada No. 1 dan 2 berdasar Gambar 3.5.



Gambar 3.5

Catatan:

Bagi beberapa siswa, dengan menghitung jarak antara A dan G (soal 1.a), tanpa menghitung lagi dapat menjawab soal 1.b. Dengan segera juga siswa tertentu dapat menjawab soal 1.f, g dan i, karena secara intuitif atau mungkin telah memahami sifat simetri pada kubus. Namun bagi beberapa siswa lainnya hal itu tidak selalu dapat dilakukan. Mungkin dengan mengerjakan 1.a dan 1.b baru menemukan pola perhitungannya, baru mulai memahami sifat dasar kubus yang dapat digunakan untuk menggeneralisasi. Pelatihan secara kooperatif akan dapat digunakan untuk mengimbaskan kemampuan siswa kepada yang lain. Bagi yang telah memahami, latihan secara kooperatif ini membiasakannya berlatih berbicara secara komunikatif.

Beberapa butir pertanyaan pada Soal No. 2 juga mempunyai jawaban yang sama karena sifat simetri pada kubus. Soal No. 2 terutama menyangkut sifat kubus yang terkait dengan sifat segitiga sama sisi yang terbentuk oleh ketiga diagonal sisi kubus. Di sini juga dimulai adanya jarak, yang titik kaki garis tegaklurusnya berada di luar ruas garis.

Soal No. 3 digunakan untuk mengembangkan wawasan ruang siswa dan generalisasi sifat yang lebih terbatas dari pada dalam kubus.

Tahap kedua:

Menentukan jarak pada bangun ruang yang cukup istimewa, antara lain kubus yang diketahui panjang rusuknya, misalnya 6 cm atau 12 cm, dan gambarnya belum disediakan. Perhitungannya masih menyangkut gambar dasar, artinya, jika ada tambahan-tambahan ruas garis atau gambar bidang, ruas-ruas garis tersebut tidak memerlukan titik-titik lain yang harus dicari dulu dengan susah payah. Penugasan ini dilanjutkan dengan perhitungan jarak pada limas segiempat beraturan dan limas segitiga beraturan yang diketahui beberapa unsurnya. Yang perlu menjadi catatan di sini adalah, bahwa dalam menentukan panjang rusuk, misalnya, perlu dibedakan antara kelompok siswa yang tidak mengalami dan yang mengalami kendala dalam aritmetika. Untuk yang mengalami kendala, hendaknya bilangannya tidak membebani siswa karena kerumitannya, agar kompetensi yang menjadi tolok ukur tidak terkendala karena beban masalah lain.

Tahap ketiga:

Menentukan jarak pada bangun ruang yang gambarnya belum disediakan, dan memuat masalah jarak yang gambarnya tidak hanya tergantung dari titik atau garis yang sudah ada pada gambar dasar. Untuk hal ini dapat diambil contoh misalnya pada Contoh 3 dan Contoh 4 dalam Bab II. Hanya saja, dengan satu gambar seperti pada Contoh 3, mungkin beberapa siswa tidak mudah mengingat proses menentukan jarak tersebut. Salah satu cara mengatasinya ialah guru menyiapkan chart gambar setiap langkah. Perhatikan kembali Contoh 3 Bab II, dengan penambahan chart seperti Gambar 3.6-3.10.

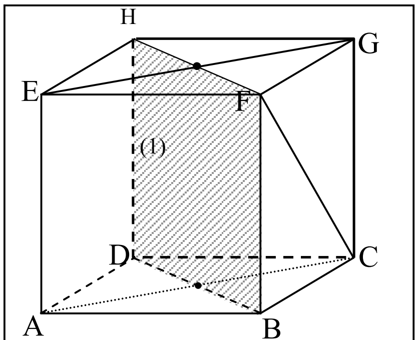
Contoh 3

Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 6 cm. Lukis dan hitunglah jarak antara $\overline{EG}$ dan $\overline{FC}$.

Jawab:

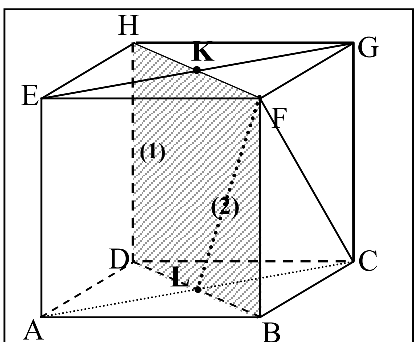
Garis $\overline{FC}$ akan diproyeksikan pada bidang yang tegaklurus $\overline{EG}$. Karena itu maka:

(1) Lukis bidang yang tegaklurus $\overline{EG}$, yaitu bidang BDHF yang memotong $\overline{EG}$ di K (Gambar 3.6).



Gambar 3.6

(2) Proyeksikan ruas garis $\overline{FC}$ ke bidang BDHF, yaitu $\overline{FL}$ (Gambar 3.7).



Gambar 3.7

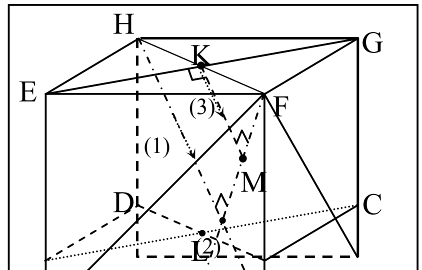
Titik K adalah titik potong $\overline{EG}$ dan $\overline{HF}$. Karena itu K pada $\overline{EG}$ dan sebidang dengan $\overline{FL}$ yaitu pada bidang BDHF. Maka dapat dibuat garis yang tegaklurus $\overline{FL}$. Sedangkan garis yang tegaklurus $\overline{FL}$ pada bidang itu adalah $\overline{HB}$ (lihat halaman 14-15, keterangan Gambar 2.22 dan 2.23)

Karena itu maka garisnya haruslah melalui K sejajar $\overline{HB}$. Misalkan garis itu memotong $\overline{KL}$ di M. Maka langkah berikutnya adalah:

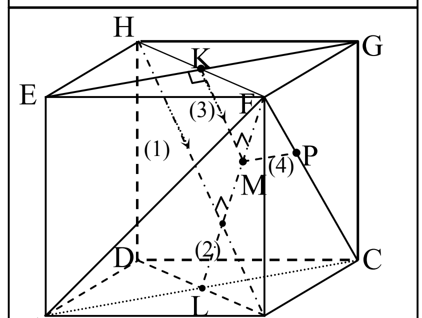
(3) Melalui K dibuat garis tegaklurus $\overline{FL}$ dan memotong $\overline{FL}$ di titik M. (Caranya: Lukislah $\overline{KM} \parallel \overline{HB}$, M pada $\overline{FL}$) (Gambar 3.8) .

Jika melalui M dilukis garis sejajar $\overline{EG}$, maka garis itu sejajar $\overline{AC}$, karena $\overline{AC} \parallel \overline{EG}$. Oleh karenanya garis itu terletak pada bidang yang memuat segitiga FLC, sehingga memotong $\overline{FC}$, misal di P.

Maka langkah berikutnya:



Gambar 3.8



Gambar 3.9

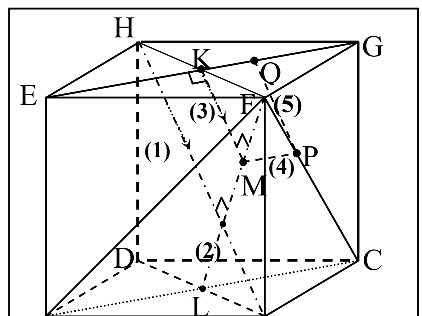
(4) Melalui M dibuat garis sejajar $\overline{EG}$, memotong $\overline{FC}$ di titik P (Gambar 3.9).

Jika dari P ditarik garis sejajar $\overline{KM}$, maka dengan sifat kesejajarannya, garis ini memotong $\overline{EG}$, misal di Q, maka garis $\overline{PQ}$ ini memenuhi:

(i) tegaklurus $\overline{EG}$, karena sejajar $\overline{HB}$ yang tegaklurus bidang DEG (yang memuat $\overline{EG}$),

(ii) tegaklurus $\overline{FC}$, karena sejajar $\overline{HB}$ yang tegaklurus bidang AFC (yang memuat $\overline{FC}$)

Karena itu langkah berikutnya:



Gambar 3.10

(5) Melalui P dibuat garis sejajar $\overline{KM}$, memotong $\overline{EG}$ di Q (Gambar 3.10).

Sesuai keterangan di atas, ruas garis $\overline{PQ}$ merupakan jarak antara $\overline{EG}$ dan $\overline{FC}$.

PQ = KM; KM = $\frac{1}{2}$ HN = $\frac{1}{2} \times 4\sqrt{3}$ cm = $2\sqrt{3}$ cm

Jadi jarak antara garis $\overline{EG}$ dan $\overline{FC}$ sama dengan panjang ruas garis $\overline{PQ}$ yaitu $2\sqrt{3}$ cm.

Untuk mempertajam daya nalar dan kemampuan komunikasi siswa, maka di dalam pembelajaran, keterangan yang ditulis sebelum setiap nomor langkah di atas tidak dijelaskan oleh guru, melainkan perlu dikembangkan dan dikemas dalam tanya jawab.

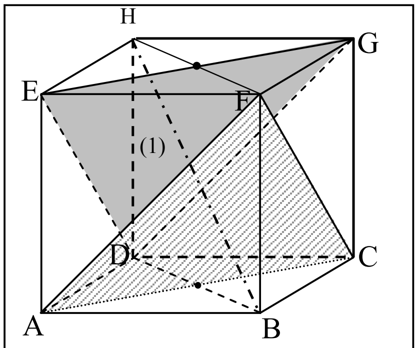
Pemikiran alternatif:

Tidak semua orang mudah mengingat algoritma, misalnya dua algoritma menentukan ruas garis yang merupakan jarak antara dua garis bersilangan. Karena itu maka untuk memecahkan suatu masalah, salah satu cara adalah mencari akar permasalahannya. Kemudian mencari sifat-sifat yang terkait dengan akar permasalahan tersebut. Sifat yang paling paling sederhana atau tidak kompleks dipilih sebagai langkah awal memecahkan masalah. Sifat sederhana itu dapat berupa pengalaman serupa yang pernah ditemukan dalam pengalaman belajar sebelumnya.

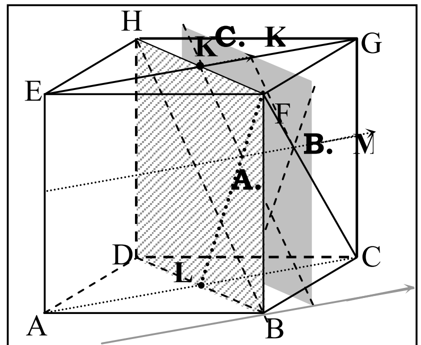
Akar masalahnya adalah jarak, lebih khusus jarak antara dua garis bersilangan. Garis yang dilukis harus memenuhi syarat tegaklurus dan memotong keduanya. Berarti ada dua syarat atau sifat garis yang dicari tersebut, yaitu (1) tegaklurus kedua garis, dan (2) memotong kedua garis $\overline{EG}$ dan $\overline{FC}$.

Jika menggunakan satu di antara kedua syarat, yaitu syarat (1), dapat dilakukan dengan mengacu pengalaman belajar, bahwa garis $\overline{EG}$ dan $\overline{FC}$ tersebut harus "diletakkan" pada dua bidang sejajar, yaitu bidang DEG untuk $\overline{EG}$ dan dan bidang CFH untuk $\overline{FC}$. Garis yang tegaklurus pada kedua bidang adalah garis $\overline{HB}$ (Gambar 3.11; lihat keterangannya sifatnya pada halaman 13-14, Gambar 2.2 dan 2.23). Sifat ini pada pembelajaran "hubungan antara titik, garis dan bidang" biasanya telah dipelajari, karena banyak manfaatnya untuk membahas materi berikutnya.

Titik pada $\overline{EG}$ yang dapat digunakan sebagai salah satu titik pada garis yang sejajar $\overline{HB}$ adalah titik K (perpotongan diagonal sisi EFGH). Lihat Gambar 3.12. Jika bidang BDHF digeser dengan titik K sepanjang KG, maka suatu saat kedudukan KM akan memotong FC dalam kedudukan $\overline{K'M'}$. Ruas garis $\overline{K'M'}$ merupakan ruas garis yang sekaligus tegaklurus $\overline{EG}$ dan $\overline{FC}$ dan memotong keduanya, sehingga menunjukkan jarak yang dimaksud.



Gambar 3.11



Gambar 3.12

Penalaran di atas digunakan sebagai langkah menyusun tahap-tahap pembelajaran menentukan ruas garis yang menyatakan jarak antara $\overline{EG}$ dan $\overline{FC}$. Adapun ukuran jaraknya dapat mengacu pada pemahaman, bahwa jarak antara $\overline{EG}$ dan $\overline{FC}$ sama dengan jarak dua bidang sejajar, masing-masing bidang adalah pemuat salah satu garis tersebut. Bidang yang dimaksud adalah bidang BDG dan CFH yang jaraknya sepertiga panjang diagonal ruang kubus.

Tahap keempat:

Seperti dikemukakan di atas, Contoh 4 dalam Bab II dapat digunakan dalam tahap ketiga, agar ada variasi, dimana pada tahap-tahap awal senantiasa dibahas masalah dalam kubus atau balok. Untuk kelompok siswa tertentu, Contoh 3 dan 4 dapat saling menggantikan, namun untuk kelompok siswa lain, masing-masing perlu disampaikan, sehingga Contoh 4 menjadi tahap keempat. Hal itu dilakukan misalnya jika abstraksi ruang kelompok kelas tersebut tidak dapat berkembang dengan cepat.

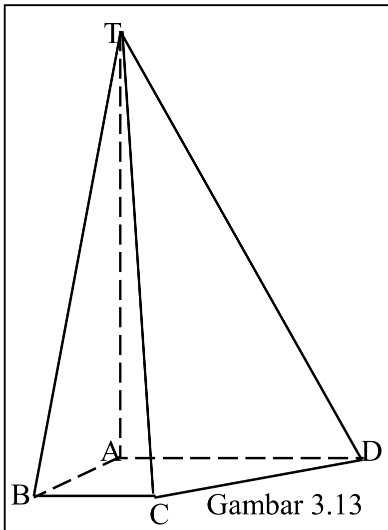
Tahap selanjutnya, sebaiknya digunakan sebagai bahan pemecahan masalah bagi siswa untuk dapat mancari sendiri strateginya. Perhatikan soal berikut:

Contoh 4

Sebuah limas T.ABCD, $\overline{TA} \perp$ bidang alas. Alasnya, ABCD merupakan trapesium siku-siku di titik sudut A, dengan $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$. AB = 15 mm, BC = 20 mm, AD = 40 mm dan TD = $10\sqrt{65}$ mm. Hitunglah jarak dari titik A ke bidang TCD dan gambarlah ruas garis yang menyatakan jarak tersebut.

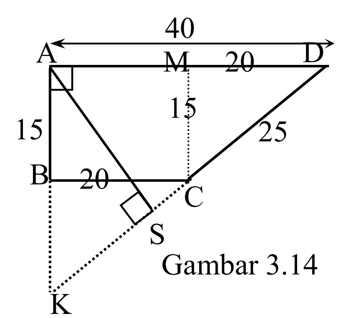
Tinjauan

Jika limas itu digambar, salah satunya seperti Gambar 3.13. Untuk menentukan garis yang tegaklurus bidang TCD, dari A perlu dibuat garis yang tegaklurus pada paling sedikit dua garis pada bidang TCD. Ruas garis yang segera dapat dilukis adalah ruas garis yang tegaklurus $\overline{CD}$. Lukisan akan tepat jika didasarkan pada lukisan ABCD yang frontal (Gambar 3.14)



Gambar 3.13

Ternyata titik kaki garis tegaklurus dari A ke $\overline{CD}$ berada pada garis $\overleftrightarrow{DC}$ di luar ruas garis $\overline{DC}$.

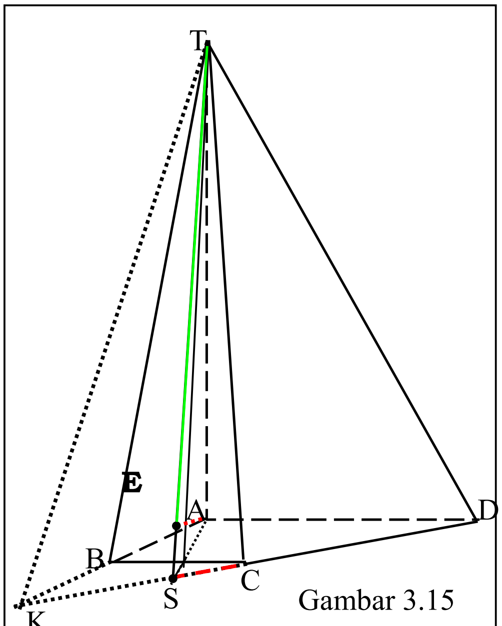


Gambar 3.14

Perhitungan akan lebih dipermudah apabila dilukis garis $\overleftrightarrow{AB}$ memotong garis $\overleftrightarrow{DC}$ di K, sehingga terbentuk segitiga ΔAKD yang siku-siku di titik sudut A. Garis dari A tegaklurus $\overline{KD}$ adalah $\overline{AS}$.

Berikut ini perhitungan tidak disajikan, tetapi cara memperoleh dan hasilnya dikemukakan. Dipersilahkan para pembaca mencermati dan memeriksanya.

Dengan membuat garis pertolongan $\overline{CM} \parallel \overline{BA}$ berturut-turut akan diperoleh AM = 20 mm, MD = 20 mm, sehingga CD = 25 mm, kemudian KC = 25 mm, KB = 15 mm dan DK = 50 mm. Dengan menggunakan perhitungan 2 × luas ΔAKD, dari KD × AS = AK × AD, diperoleh AS = 24 mm. Dengan demikian diperoleh bahwa DS = 32 mm.



Gambar 3.15

$\overline{TA} \perp$ bidang ABCD sehingga $\overline{TA} \perp \overline{CD}$ atau $\overline{CD} \perp \overline{TA}$. Sedangkan $\overline{CD} \perp \overline{AS}$ Akibatnya $\overline{CD}$ tegaklurus bidang TAS, dan dengan demikian $\overline{CD}$ tegaklurus semua garis pada bidang TAS. Jika pada bidang TAS dilukis $\overline{AE} \perp \overline{TS}$ …………… (1), maka $\overline{AE}$ (pada bidang TAS) ini pun tegaklurus $\overline{CD}$ atau $\overline{AE} \perp \overline{CD}$ ……… (2). Dari (1) dan (2) diperoleh $\overline{AE}$ tegaklurus bidang pemuat $\overline{TS}$ dan $\overline{CD}$ atau $\overline{AE} \perp$ bidang TSD atau $\overline{AE} \perp$ bidang TCD. Berarti ruas garis yang menyatakan jarak A ke bidang TCD adalah $\overline{AE}$.

Untuk memperoleh panjang ruas garis $\overline{AE}$ perlu menghitung dulu panjang rusuk $\overline{TA}$. Pada ΔTAD, TA = $\sqrt{\left(10\sqrt{65}\right)^2 - 40^2}$ = $\sqrt{4900}$ = 70. Jadi TA = 70 mm.

Pada ΔTAS, TS = $\sqrt{(\mathrm{TA})^2 + (\mathrm{AS})^2}$ = $\sqrt{(70)^2 + (24)^2}$ = 74. Jadi TS = 74 mm

Pada ΔTAS, TS $\times$ AE = TA $\times$ AS $\Rightarrow$ 74 $\times$ AE = 70 $\times$ 24

$$\Leftrightarrow \mathrm{AE} = \frac{70 \times 24}{74} \text{ mm} = 22\frac{26}{37} \text{ mm.}$$

Jadi jarak dari A ke bidang TCD = $22\frac{26}{37}$ mm.

Bagaimana mengambarnya?

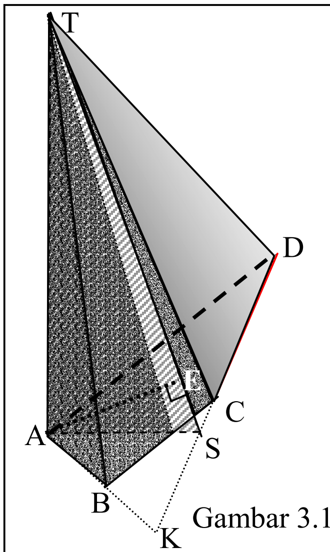
Ada dua cara utama yang dapat dipilih.

Pertama, kedudukan TAD frontal seperti pada Gambar 3.13. Pada gambar tersebut sudut surut dapat dipilih (tidak ditentukan). Sesuai ukurannya, BC = 20 mm, AD = 40 mm, TA = 70 mm (berdasar perhitungan), dan $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$.

Dengan memperluas alas diperoleh Gambar 3.15. Berdasar perhitungan di atas, titik S adalah pada kedudukan sedemikian sehingga pada gambar tersebut DS = $\frac{32}{50}$ $\times$ DK. Letak titik E adalah sedemikian sehingga TE = $\frac{35^2}{37}$ $\times$ panjang TS pada gambar.

Kedua, berdasar perhitungan bahwa TA = 70 mm dan TS = 24 mm dengan $\angle$TAS siku-siku, dibuat ΔTAS frontal. Bidang dan ruas garis lain disesuaikan. Lihat Gambar 3. 16.

Untuk menggambarkan jarak titik A ke bidang TCD, pada bidang TAS yang frontal dilukis $\overline{AE} \perp \overline{TS}$. Titik E adalah titik kaki garis tegaklurus dari A ke bidang TCD dengan E berada pada (perluasan) bidang sisi TCD.



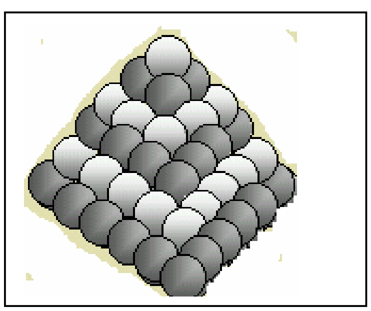
Gambar 3.16

Beberapa catatan

1. Soal terakhir di atas memerlukan berbagai kemampuan dasar yang cukup kuat. Kemahiran mengambar/melukis merupkan prasyarat yang lebih dari kemahiran yang diperlukan soal sebelumnya. Strategi untuk mencari garis-garis pertolongan dan memperluas bangun juga bukan hal mudah bagi sebagian besar siswa. Karena itu maka disarankan soal seperti terakhir ini hanya diberikan bagi yang sungguh tekun dan dapat tertantang untuk menyelesaikannya.
2. Tahapan yang disarankan di atas tidak selalu harus diikuti tanpa modifikasi. Guru perlu menilai kelas mereka. Jika dapat "meloncat", maka hal itu dapat saja dilakukan.
3. Dalam menyusun soal seperti di atas, maka lebih baik disiapkan sedemikian sehingga siswa tidak terbebani kerumitan bilangan. Data yang diberikan, misalnya panjang ruas garis dapat saja merupakan bilangan bentuk akar, namun dengan demikian diharapkan dalam proses perhitungan selanjutnya dapat memperlancar. Yang lebih diutamakan adalah siswa dapat mengembangkan penalaran dan strateginya, serta mampu mengkomunikasikannya dengan baik.

Latihan 2

1. Carilah masalah dalam kehidupan sehari-hari dua konteks permasalahan jarak.
2. Susunlah langkah-langkah dalam menghitung jarak dan menentukan ruas garis yang menentukan jarak antara:
   a. titik tengah $\overline{AD}$ terhadap $\overline{BG}$ pada kubus ABCD.EFGH yang panjang rusuknya a cm.
   b. $\overline{AH}$ dan $\overline{EG}$ dalam kubus ABCD.EFGH yang panjang rusuknya a cm
   c. rusuk yang bersilangan pada sebuah bidang empat beraturan yang panjang rusuknya a cm.
   d. rusuk $\overline{AB}$ dan $\overline{TC}$ pada limas beraturan T.ABCD yang panjang setiap rusuknya adalah a cm.
3. Sebuah limas T.ABCD, $\overline{TA}$ tegaklurus alas. Alasnya, ABCD merupakan trapesium siku-siku di titik sudut A, dengan $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$. AB = 20 mm, BC = 15 mm, AD = 30 mm dan TD = $15\sqrt{13}$ mm. Hitunglah jarak dari titik A ke bidang TCD dan gambarlah ruas garis yang menyatakan jarak tersebut.
4. Jika bola-bola pada Gambar 3.2 seluruhnya kongruen dan masing-masing berdiameter 50 cm, berapakah tinggi tugu seperti yang dibuat semacam gambar itu? Berapakah jarak terjauh antara bola di puncak tumpukan dengan bola pada dasar tumpukan bola?
5. Berapakah tinggi tumpukan bola-bola kongruen berdiameter 20 cm yang saling direkatkan seperti gambar di bawah ini?



BAB 4
Penutup

Telah dikemukakan bahwa bahan ajar jarak merupakan salah satu bahan yang tidak mudah baik bagi siswa maupun bagi guru. Untuk sebagian guru, selain tidak mudah dalam penguasaan bahannya, juga dalam memberikan kemudahan bagi siswa untuk mempelajarinya.

Dari contoh-contoh yang disampaikan tampak bahwa dalam menghitung jarak atau panjang ruas garis, teorema Pythagoras senantiasa muncul. Di samping itu, bentuk-bentuk bangun datar yang terbentuk oleh ruas-ruas garis pada bangun ruang merupakan salah satu kunci untuk memahami hubungan antara jarak yang ditanyakan dengan sifat khusus bangun datar yang dimaksud. Oleh karena itu salah satu langkah awal yang diperlukan dalam perhitungan jarak adalah mengingatkan kembali bentuk khusus bangun-bangun datar dalam bangun ruang yang dimasalahkan (kubus, limas), berikut sifat garis-garis intimewa yang mungkin terkait dengan bangun datar tersebut. Latihan ini dapat dilakukan melalui kuis sebelum masuk ke pembelajaran jarak.

Sifat yang senantiasa muncul adalah sifat ketegaklurusan baik garis terhadap garis maupun garis terhadap bidang. Yang perlu mendapatkan penekanan kaitannya dengan pembelajaran jarak di antaranya ialah (1) jika garis g tegaklurus garis a dan b yang berpotongan, maka garis g tegaklurus bidang pemuat a dan b dan (2) jika garis g tegaklurus bidang H maka garis g tegaklurus pada setiap garis pada bidang H. Karena secara formal tata urutan bahan geometri umumnya kurang tepat, maka tahap awal dalam menyiapkan pembelajarannya ialah hirearkhinya perlu diperhatikan. Jika memang masih diperlukan, alat peraga baik yang berupa kerangka maupun model benda ruang (khususnya terbut dari mika bening dan dapat “dilubangi” untuk “jalan garis”) perlu disiapkan.

Sangat diharapkan para pembaca berkenan untuk memberikan masukan bagi perbaikan tulisan ini, sehingga lebih mudah digunakan dalam mempelajari jarak.

Terima kasih.

Daftar Istilah/Lambang

Lambang	membaca/artinya
$n \in N$	n anggota himpunan bilangan asli (N = himpunan bilangan asli)
$\parallel$	sejajar
$\nparallel$	tidak sejajar
$\perp$	tegaklurus
$\overline{AB}$	ruas garis AB
$\overrightarrow{AB}$	sinar AB
$\overleftrightarrow{AB}$	garis AB (panjang tak berhingga)
AB	panjang $\overline{AB}$; AB = 2 cm maksudnya panjang ruas garis AB 2 cm.
$\angle BAC$	sudut BAC
$m\angle BAC$	besar sudut BAC
ΔABC	segitiga ABC
$\neq$	tidak sama dengan
$\cong$	sama dan sebangun; kongruen
$\sim$	sebangun

Daftar Pustaka

Clemens, S.R., O'Daffer, P.G., and Cooney, T.J. *Geometry with Applications and Problem Solving.* Menlo Park: Addison-Wesley Publishing Company

CORD Communications: http://www.cordcommunications.com/Contextual_Learning/What_Is_Contextual_Learning.asp The Department of Mathematics Education (2001), USA: University of Georgia

Depdiknas, 2003.*Pendekatan Kontekstual (Contextual Teaching and Learning (CTL))*.. Jakarta: Dit SLTP Depdiknas.

Travers, K.J., Dalton, L.C., anda Layton, K.P. (1987). *Geometry*. River Forest, Illinois: Laidlaw Brothers Publisher.

Wilson, JW (2003). The Department of Mathematics Education EMAT 4600/6600 **http://jwilson.coe.uga.edu**/CTL/CTL/intro/ctl_is.html#other

Kunci/Petunjuk Penyelesaian

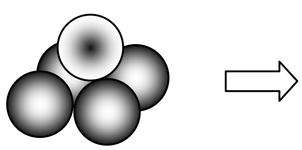
Latihan 1

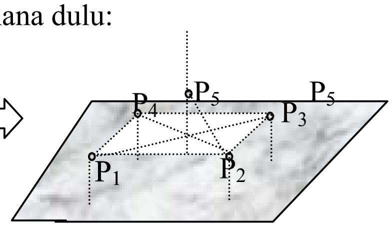
1. (a) $6\sqrt{2}$ cm (b) $6\sqrt{2}$ cm
2. $6\sqrt{5}$ cm
3. (a) $3\sqrt{2}$ cm (b) $3\sqrt{6}$ cm
4. (a) 6 cm (b) $3\sqrt{2}$ cm
5. (a) 6 cm (b) $2\sqrt{3}$ cm
6. (a) 6 cm (b) $3\sqrt{2}$ cm (c) $3\sqrt{2}$ cm
7. 2a cm
8. $10\sqrt{2}$ cm
9. (a) $2\sqrt{6}$ cm (b) $3\sqrt{2}$ cm.
10. $3\sqrt{3}$ cm
11. (a) 24 cm (b) 19,2 cm

Latihan 2

1. –
2. -
3. $21\frac{3}{17}$ cm
4. (Petunjuk: Gunakan strategi pemecahan masalah, antara lain:

Perhatikan yang sederhana dulu:





P = pusat bola

Gunakan: dua bola (sederhanakan ke lingkaran) bersinggungan, sifat limas dan teorema Pythagoras.

5. Perhatikan adanya tetraeder dari pusat-pusat bola).